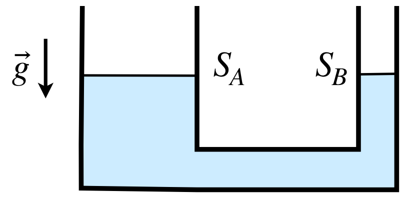
TD28 – **Statique des fluides**

EXERCICE 1 : Vases communicants (⋆)

Deux récipients A et B de sections constantes respectives $S_A = 40\,\text{cm}^2$ et $S_B = 10\,\text{cm}^2$ communiquent à leur base par un tube fin. De l'eau a été versée à l'intérieur du récipient de sorte que le niveau d'eau soit bien au-dessus du tube de communication. On donne : $\rho_{\text{eau}} = 1,0\,\text{g.cm}^{-3}$ et $\rho_{\text{huilte}} = 0,9\,\text{g.cm}^{-3}$.



1. Justifier que les deux surfaces libres sont donc à la même altitude.
2. On verse un volume $V = 0,2\,\text{L}$ d'huile dans le récipient côté A. Déterminer la dénivellation entre les deux surface libres.
3. Quelle serait cette dénivellation si l'on avait versé l'huile dans le récipient B ?

EXERCICE 2 : Équilibre d'un bouchon de liège (⋆)

Un bouchon de liège cylindrique de hauteur $H = 5,0\,\text{cm}$ et de section $s = 2,0\,\text{cm}^2$ est placé verticalement dans une éprouvette graduée également cylindrique, et de diamètre légèrement supérieur. Les frottements sur les parois sont négligés, et on considère que le bouchon reste vertical. L'éprouvette contient une quantité d'eau suffisante pour que le bouchon flotte sans toucher le fond.

Données : densité du liège : $d_l = 0,25$; densité du chêne : $d_c = 0,85$; densité du cyclohexane : $d_{cy} = 0,78$.

1. Déterminer la hauteur de liège immergée.
2. On pose sur le bouchon une pièce de monnaie de masse $m = 3,0\,\text{g}$. Quelle est la nouvelle hauteur immergée ?
3. On retire brusquement la pièce. Le bouchon oscille alors verticalement. Déterminer la période de ses oscillations et faire l'application numérique.
4. Comment ces résultats sont-ils modifiés si l'on remplace le liège par une cheville cylindrique de chêne de mêmes dimensions, et que l'éprouvette est remplie de deux volumes égaux d'eau et de cyclohexane, qui ne sont pas miscibles ?

EXERCICE 3 : Ascension d'une montgolfière (⋆)

Nous supposons l'atmosphère isotherme (température $T = 290\,\text{K}$), constituée d'air au repos, assimilé à un gaz parfait de masse molaire uniforme ($M = 29\,\text{g.mol}^{-1}$). Le champ de gravitation est également supposé de norme g uniforme aux altitudes considérées. L'axe (Oz) est orienté suivant la verticale ascendante et, à la surface du sol (altitude $z = 0$), la pression vaut $P_0 = 10^5\,\text{Pa}$.

1. Établir l'expression de la pression $P(z)$ en tout point de l'atmosphère, en fonction de l'altitude z et des autres données.

Un scientifique décide de s'envoler à bord d'une montgolfière (sphère de rayon $r = 5\,\text{m}$). Il la gonfle avec de l'hélium à la pression atmosphérique et à la température ambiante T , puis il la ferme hermétiquement. La masse totale de la montgolfière, y compris l'hélium et le passager, est $m = 600\,\text{kg}$.

2. Déterminer la force ascensionnelle au départ et la condition sur m pour qu'elle puisse s'envoler. Conclure.
3. Déterminer l'altitude plafond $z_{\max}$ atteinte par la montgolfière.

EXERCICE 4 : Force exercée sur une demi-sphère ($\star\star\star$)

On considère une demi sphère creuse de rayon R et $R+e$ et de masse volumique μ_1 ($e \ll R$ est l'épaisseur de la sphère). Elle repose par sa base sur un plan horizontal contre lequel ses bords s'appliquent exactement, sans être "collée" pour autant.
Par un petit orifice A percé au sommet de la demi sphère, on verse un liquide de masse volumique μ, incompressible, dans le volume compris entre sa base et sa surface interne. La hauteur du liquide introduit est h, et on négligera les effets de la pression atmosphérique (qu'on pourra donc considérer comme nulle).

1. Calculer la résultante des forces exercées par le liquide sur la demi sphère.
2. Pour quelle hauteur h_0 verra-t-on du liquide s'écouler entre le plan et les bords de la demi sphère ?