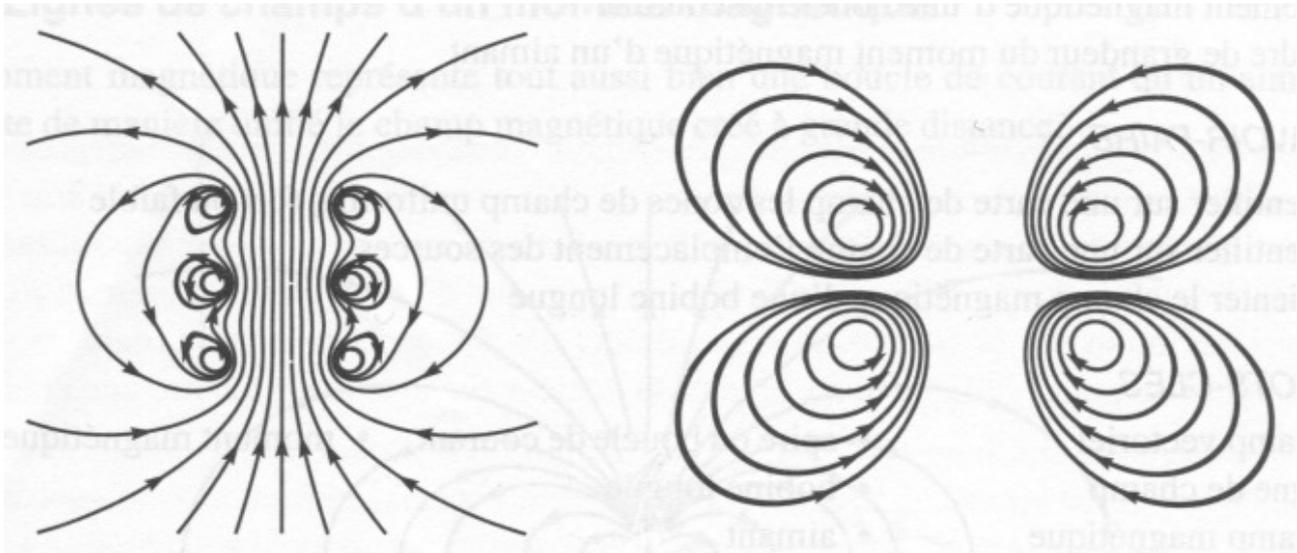


TD26 – Champ magnétique et force de Laplace

EXERCICE 1 : Cartes de champ (★)

Dans les cartes de champ magnétique suivantes, où le champ est-il le plus intense? Où sont placées les sources? Le courant sort-il ou rentre-t-il du plan de la figure?

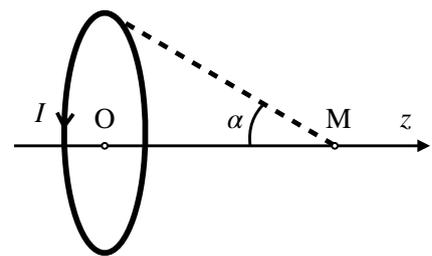


EXERCICE 2 : Champ créé par une spire sur son axe (★)

Le champ créé par une spire de courant, parcourue par un courant d'intensité I , de rayon R , est donné, en un point M qui appartient à l'axe de la spire, par la formule :

$$\vec{B}(M) = \pm \frac{\mu_0 I}{2R} \sin(\alpha)^3 \vec{e}_z$$

où α est l'angle sous lequel on voit la spire depuis le point M .

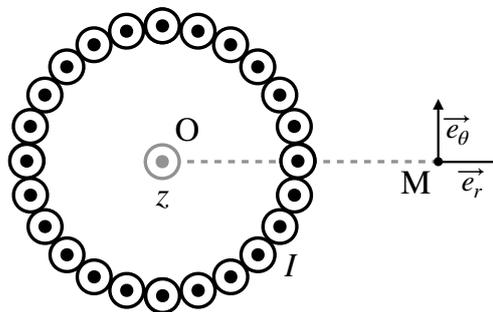


1. À partir des symétries et des invariances, retrouver les dépendances et la direction du champ magnétique sur l'axe.
2. Quel signe faut-il choisir dans la formule donnant le champ magnétique?
3. En quel point de l'axe (Oz) le champ est-il maximal?
4. Calculer le norme de \vec{B} au centre O de la spire et en un point de l'axe distant de $L = 10\text{ cm}$ du centre de la spire. On prendra $R = 2\text{ cm}$ et $I = 0,5\text{ A}$.

EXERCICE 3 : Orientation du champ magnétique (★)

On considère N fils rectilignes ($N \gg 1$) infiniment longs, uniformément répartis sur un cylindre de centre O , de rayon a et d'axe (Oz) . Ces fils sont parcourus par le même courant circulant dans le même sens.

Soit un point M à la distance r de O .



1. Déterminer tous les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de courant au point M .
2. Déterminer l'orientation du champ magnétique au point M .

EXERCICE 4 : Champ magnétique terrestre (★★)

En un point M suffisamment éloigné de O , repéré par ses coordonnées sphériques $(r, \theta, \text{ et } \phi)$, les composantes du champ magnétique généré par une dipôle magnétique de moment magnétique \mathcal{M} orienté selon \vec{e}_z , s'écrivent :

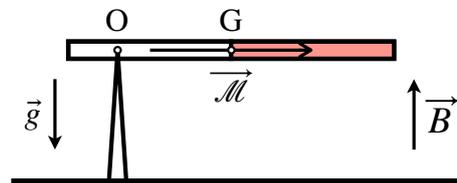
$$B_r(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \mathcal{M} \frac{2 \cos(\theta)}{r^3} \quad ; \quad B_\theta(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \mathcal{M} \frac{\sin(\theta)}{r^3} \quad ; \quad B_\phi(M) = 0$$

Le champ magnétique terrestre est décrit en première approximation par le champ magnétique d'un dipôle magnétique situé au centre de la terre O , de moment \mathcal{M} . L'axe (Oz) correspond à l'axe des pôles orienté du sud au nord géographique.

1. Sachant qu'en France, dont la latitude est de l'ordre de 48° , le champ magnétique terrestre a une composante horizontale de $B_h = 0,2 \text{ G}$ et une composante verticale de $B_v = 0,4 \text{ G}$, vérifier la validité du modèle de champ dipolaire magnétique et déterminer l'ordre de grandeur du moment magnétique terrestre \mathcal{M} .
Le gauss (G) est une unité de champ magnétique telle que $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$.
2. Quel est le pôle nord magnétique?

EXERCICE 5 : Aimant en équilibre (★)

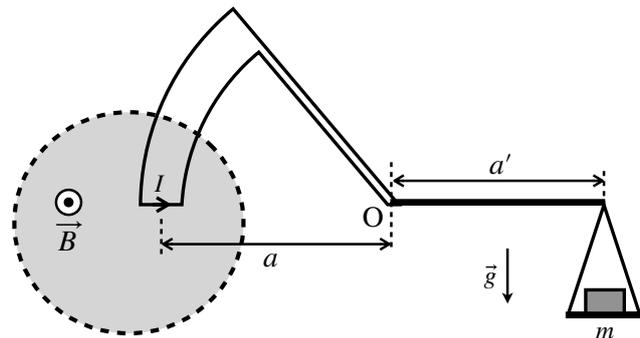
Un aimant très fin de moment magnétique \mathcal{M} , de masse m , repose en équilibre sur un point en O . Il est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme \vec{B} et au champ de pesanteur, de sens opposé au champ magnétique.



Évaluer la distance $d = OG$ pour que l'aimant reste en équilibre horizontal.

EXERCICE 6 : Balance de Cotton (★★)

La balance de Cotton était jadis utilisée pour mesurer des champs magnétiques uniformes. Elle est constituée de deux parties rigidement liées l'une à l'autre en O. La partie de droite est une tige à l'extrémité de laquelle est attachée un plateau supportant une masse m . La partie de gauche est constituée d'un support rigide qui soutient un circuit parcouru par le courant d'intensité I .

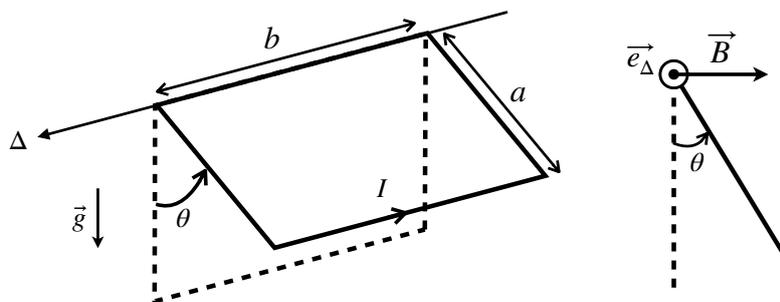


Dans la zone grisée où règne le champ magnétique, les conducteurs aller et retour sont des arcs de cercle de centre O, reliés par une portion horizontale de longueur L . La balance peut tourner dans le plan vertical autour du point O, mais est utilisée à l'équilibre, dans la configuration du schéma. À vide, c'est-à-dire sans champ magnétique ni masse m , elle est à l'équilibre et le bras de droite est parfaitement horizontal.

1. Calculer le moment en O des forces de Laplace qui s'exercent sur la balance.
2. En déduire le lien entre B et m .
3. Application numérique : $a = a' = 25$ cm, $L = 2$ cm, $m = 10$ g et $I = 3$ A.

EXERCICE 7 : Action magnétique sur un cadre (★★)

Un cadre conducteur tourne sans frottement autour de l'axe Δ . Il est composé de 4 segments, deux de longueur a , deux de longueur b . La masse totale du cadre est m , son moment d'inertie par rapport à Δ est J . Un dispositif, non représenté sur la figure, impose une intensité du courant I constante dans le cadre.



Le cadre est placé dans le champ de pesanteur et un champ magnétique. Le champ magnétique est horizontal, placé dans un plan perpendiculaire à l'axe Δ .

1. Quelle est la position d'équilibre θ_0 ?
2. On écarte légèrement le cadre de sa position d'équilibre. Quelle est la pulsation des petites oscillations alors observées ? On répondra en fonction de J , a , b , I , B , m et g .

On se place maintenant dans un champ magnétique vertical, de sens opposé à celui de \vec{g} .

3. Quelle est la nouvelle position d'équilibre θ_0 ?
4. On écarte légèrement le cadre de sa position d'équilibre. Quelle est la pulsation des petites oscillations alors observées ? On répondra en fonction de $\sin(\theta_0)$, $\cos(\theta_0)$, J , a , b , I , B , m et g .

EXERCICE 8 : Principe du moteur synchrone (★★)

Au voisinage du centre O d'un repère direct (O, x, y, z) dont l'axe (Oz) est vertical ascendant, règne un champ localement uniforme et tournant à la vitesse angulaire ω_0 :

$$B(t) = B_0[\cos(\omega_0 t)\vec{e}_x + \sin(\omega_0 t)\vec{e}_y].$$

Un aimant permanent, dont le seul degré de liberté est une rotation autour de (Oz) , est placé en O . Son moment magnétique, de module \mathcal{M} constant, est contenu dans le plan horizontal (Oxy) . En reliant mécaniquement l'aimant à un arbre d'axe (Oz) , on espère réaliser un moteur rotatif.

1. Expliquer qualitativement pourquoi il est plausible que l'aimant tourne autour de (Oz) à la même vitesse angulaire que le champ.

Dans toute la suite et jusqu'à la question 5., on étudie un régime permanent de rotation de l'aimant à la vitesse angulaire ω imposée par le champ magnétique tournant. Toutefois, on envisage cette rotation synchrone avec un éventuel décalage angulaire entre le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ de l'aimant et le champ magnétique \vec{B} ; on note $\theta_0 = (\vec{\mathcal{M}}, \vec{B})$.

2. Calculer le couple Γ_L , par rapport à (Oz) , des actions de Laplace s'exerçant sur l'aimant lors de ce régime permanent.
3. Pour quelles valeurs de θ_0 ce couple Γ_L est-il moteur? Commenter.
4. Quelle est la valeur maximale que peut prendre Γ_L ? La valeur minimale? Dans quelle configuration chacune de ces valeurs est-elle obtenue?

L'arbre du moteur est évidemment relié à un outil ou une partie "utile" dont la mise en rotation est l'objectif du moteur. Lorsqu'elle est effectivement en rotation, cette partie utile exerce un couple résistant sur l'aimant, caractérisant l'effort demandé au moteur. On suppose ce couple constant et on note $\Gamma_r > 0$ sa norme. On néglige par ailleurs les frottements fluides. Enfin, on admet que, dans ces conditions, un fonctionnement stable du moteur limite l'angle θ_0 à l'intervalle $[0, \pi/2]$.

5. En appliquant un théorème de la mécanique adapté, déterminer la relation existant entre les paramètres du moteur $(\mathcal{M}, B_0, \omega_0, \theta_0, \Gamma_r)$ lorsque le moteur tourne à vitesse angulaire constante (tous les paramètres cités n'interviennent pas nécessairement...).
6. Quel paramètre du moteur dépend de l'effort demandé? Décrire ce que l'on observe pour différentes valeurs de Γ_r , et montrer que le moteur ne peut fonctionner que si l'effort demandé reste inférieur à une valeur limite que l'on déterminera et que l'on commentera.

On envisage la possibilité d'une rotation de l'aimant à une vitesse angulaire ω constante, mais a priori différente de ω_0 et on note alors $(\omega t - \theta_0)$ l'angle que fait le moment magnétique avec l'axe (Ox) à l'instant t .

7. Que vaut le couple instantané des actions de Laplace? Quelle est sa moyenne temporelle? Conclure.
8. Le moteur synchrone peut-il démarrer tout seul? Si non, que faut-il faire au démarrage?