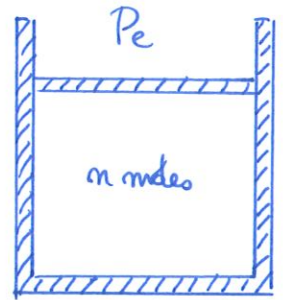


Correction TD23

Exercice 1

1. On s'intéresse au système { gaz } dans l'enceinte.

$$\begin{array}{ccc} \text{Etat initial} & & \text{Etat final} \\ P_1, V_1 & \longrightarrow & P_2, V_2 \\ T_1 & & T_2 \end{array}$$



Le calcul de ΔU pour le gaz parfait donne :

$$\Delta U = C_V \Delta T = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1) = \frac{1}{\gamma-1} (nRT_2 - nRT_1)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{1}{\gamma-1} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

2. La transformation est infiniment lente, on peut supposer qu'elle est réversible (qu'il y a équilibre à chaque étape élémentaire). Or elle est adiabatique également (parois adiabatiques).

On peut donc appliquer la loi de Laplace :

$$\text{à tout instant de la transformation : } \underline{PV^\gamma = \text{cte} = P_1 V_1^\gamma}$$

$$\text{Or } W = - \int_{V_1}^{V_2} P_{\text{ext}} dV \text{ et comme il y a équilibre mécanique à chaque étape : } P_{\text{ext}} = P$$

$$\begin{aligned} \text{D'où } W &= - \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{V_1}^{V_2} P_1 V_1^\gamma \frac{dV}{V^\gamma} = - P_1 V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\gamma} \\ &= - P_1 V_1^\gamma \left[\frac{1}{1-\gamma} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) \right] \\ \Rightarrow \underline{W} &= \underline{\frac{P_1 V_1}{\gamma-1} \left(\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\gamma} - 1 \right)} \end{aligned}$$

3. Méthode 1 : Premier principe : $\Delta U = W + Q$ $\left(Q=0 \right)$

$$\Rightarrow \frac{1}{\gamma-1} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{P_1 V_1}{\gamma-1} \left(\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\gamma} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow P_2 V_2 = P_1 V_1 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\gamma}$$

$$\Rightarrow P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma \text{ (sans trop de surprise !)} \text{ et on utilise } PV = nRT$$

Méthode 2 : On est prévoyant et on applique directement $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$

$$\Rightarrow T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow \underline{T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}}$$

AN: avec $T_1 = 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$

et $V_2 = \frac{V_1}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 3$

$\gamma = \frac{7}{5}$ car diatomique

$$\Rightarrow T_2 = 273 \left(3\right)^{\frac{7}{5}-1} \approx \underline{424\text{K} = 151^\circ\text{C}}$$

Exercice 2

1. On a tout simplement $\Delta S = c \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$

$\uparrow$ $\uparrow$
massique massique

2. On calcule les variations ΔS avec pour température initiale $T_1 = 300\text{K}$

Température finale	$\rightarrow 320\text{K}$	$\rightarrow 340\text{K}$	$\rightarrow 370\text{K}$
ΔS tabulé	0,269	0,523	0,644
ΔS modèle	0,270	0,523	0,644

(en $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{g}^{-1}$)
(en $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{g}^{-1}$)

(pour calculer ΔS tabulé, il suffit de faire le calcul : $\Delta S_{\text{tabulé}} = S(T_2) - S(T_1)$)

L'approximation des phases condensées (incompressible et inextensible) est satisfaisante et mène à des résultats fidèles aux valeurs réelles.

Exercice 3

1. On considère le système { bille + eau } supposé isolé (dans n'échangeant aucune énergie avec le milieu extérieur).

Ainsi le premier principe donne : $\Delta U = 0$ au cours de la transformation.

Or par extensivité de U : $\Delta U = \Delta U_{\text{bille}} + \Delta U_{\text{eau}}$

et $\Delta U_{\text{bille}} = c_b m_b (T_f - T_b)$

$\Delta U_{\text{eau}} = c_e \rho_e V_e (T_f - T_e)$

$\underbrace{\quad}_{\text{masse d'eau du système}}$

} à l'état final, l'équilibre thermique et les deux sous-systèmes sont à la même température finale

D'où $\Delta U = 0 \Leftrightarrow c_b m_b (T_f - T_b) + c_e \rho_e V_e (T_f - T_e) = 0$

$$\Rightarrow \underline{T_f = \frac{c_b m_b T_b + c_e \rho_e V_e T_e}{c_b m_b + c_e \rho_e V_e}}$$

$$\underline{\text{AN:}} \quad T_f = \frac{150 \times 300 \cdot 10^{-3} \times 400 + 4,2 \cdot 10^3 \times 1,0 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3} \times 280}{150 \times 300 \cdot 10^{-3} + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 1,0 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3}} \approx \underline{286 \text{ K}}$$

$$2dL = 2 \cdot 10^{-1} L = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

2. On ne choisit que la bille comme système. Le premier principe sur la transformation donne :

$$\Delta U_b = W + Q_b$$

or $W = 0$ car le système a eu volume constant (transformation isochore)

$$\text{D'où } \underline{Q_b = \Delta U_b = c_b m_b (T_f - T_b)}$$

$$\underline{\text{AN:}} \quad Q_b = 150 \times 300 \cdot 10^{-3} (286 - 400) \approx \underline{-5,13 \text{ kJ}} < 0$$

↑ la bille a cédé de l'énergie au reste du système.

3. Le système {eau + bille} étant isolé, le transfert thermique reçu par l'eau vient forcément du transfert thermique fourni par la bille. Donc $Q_e = -Q_b$

On peut aisément le montrer en appliquant premier principe à l'eau :

$$\Delta U_e = Q_e$$

$$\text{or } \Delta U_e + \Delta U_b = 0 \Rightarrow \Delta U_e = -\Delta U_b$$

$$\Rightarrow \underline{Q_e = -Q_b}$$

$$\underline{\text{AN:}} \quad \underline{Q_e = +5,13 \text{ kJ}} > 0$$

↑ l'eau reçoit bien un transfert thermique de la bille.

4. Calcul de ΔS_Σ :

Par extensivité de la fonction d'état S :

$$\Delta S_\Sigma = \Delta S_{\text{eau}} + \Delta S_{\text{bille}} \quad \text{avec} \quad \left. \begin{aligned} \Delta S_{\text{eau}} &= c_p m_e \ln \left(\frac{T_f}{T_e} \right) \\ \Delta S_{\text{bille}} &= c_b m_b \ln \left(\frac{T_f}{T_b} \right) \end{aligned} \right\} \text{d'après la formule donnée.}$$

$$\text{D'où } \underline{\Delta S_\Sigma = c_p m_e \ln \left(\frac{T_f}{T_e} \right) + c_b m_b \ln \left(\frac{T_f}{T_b} \right)}$$

Calcul de S_e :

Le système { bille + eau } étant isolé, il ne reçoit aucun transfert thermique. Donc $S_e = 0$

Calcul de S_c :

On applique le second principe au système sur la transformation.

$$\Delta S_{\Sigma} = S_e + S_c = S_c \quad \text{car } S_e = 0$$

$$\Rightarrow \underline{S_c = c_{pe} V_e \ln\left(\frac{T_f}{T_e}\right) + C_{omb} \ln\left(\frac{T_f}{T_b}\right)}$$

$$\underline{\text{AN: } S_c = 4,2 \cdot 10^3 \times 1,0 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{286}{280}\right) + 150 \times 300 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{286}{400}\right) \approx 2,7 \text{ J.K}^{-1}}$$

On trouve $S_c > 0$ donc $\Delta S > 0$. C'est attendu car l'entropie d'un système isolé ne peut que croître (ou rester constante).

De plus $S_c > 0$ donc la transformation est irréversible, ce qui semble intuitif !

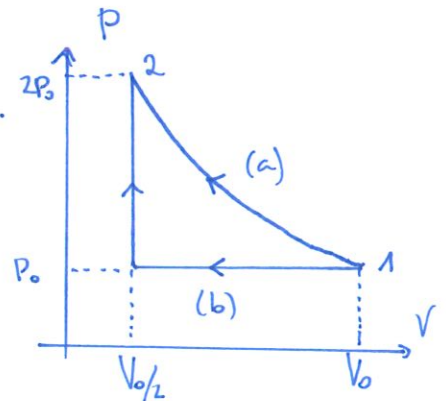
Exercice 4

1. Le système étudié est une mole de gaz parfait monoatomique.

sur le chemin (a) : comme la température reste constante
(transformation isotherme)

$$\underline{\Delta U = C_V \Delta T = 0}$$

Or U étant une fonction d'état, ΔU ne dépend pas du chemin suivi. Donc $\Delta U = 0$ également pour le chemin (b).



2. Sur le chemin (a) :

$$* W_a = - \int_{V_1}^{V_2} P_{\text{ext}} dV \underset{\substack{\text{mécaniquement} \\ \text{réversible, donc il y a} \\ \text{équilibre mécanique } P_{\text{ext}} = P}}{=} - \int_{V_1}^{V_2} P dV \underset{\substack{\text{isotherme, } T = T_0 = T_1}}{=} - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = -nRT_0 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \underline{nRT_0 \ln(2)}$$

car $V_2 = \frac{V_1}{2}$

* Avec le premier principe sur le chemin (a) : $\Delta U = W_a + Q_a \Rightarrow \underline{Q_a = -W_a = -nRT_0 \ln(2)}$

Sur le chemin (b) :

$$* W_b = W_{b1} + W_{b2} = W_{b1} = - \int_{V_1}^{V_2} P_2 dV \xrightarrow{\text{équil. mécanique}} - \int_{V_1}^{V_2} P dV \xrightarrow{\text{transf. isobare}} - P_0 \int_{V_1}^{V_2} dV = - P_0 (V_2 - V_1)$$

partie isobare partie isochore (travail nul)

$$\text{D'où } W_b = \frac{P_0 V_0}{2} = \frac{nRT_0}{2}$$

* Avec le premier principe appliqué pour le chemin (b): $\Delta U = W_b + Q_b = 0$

$$\text{D'où } Q_b = -W_b = -\frac{P_0 V_0}{2} = -\frac{nRT_0}{2}$$

3. Méthode 1: Le cycle est parcouru dans le sens horaire, il s'agit donc d'un cycle moteur.

Méthode 2: On calcule le travail reçu sur un cycle :

$$W = W_b - W_a$$

↑ car la transformation a est parcourue dans le sens opposé

$$\Rightarrow W = \frac{nRT_0}{2} - nRT_0 \ln(2) = nRT_0 \left(\frac{1}{2} - \ln(2) \right) < 0$$

Comme $W < 0$, cela signifie que le système fournit un travail $-W > 0$. Il s'agit d'un moteur.

4. Pour un gaz parfait : $S(T, V) = S_0 + \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$

$$\begin{aligned} \text{Donc } \Delta S &= S(T_2, V_2) - S(T_1, V_1) \\ &= nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \checkmark \text{ car } T_1 = T_2 \\ &= \underline{-nR \ln(2)} \end{aligned}$$

Comme S est une fonction d'état, ΔS est le même pour les deux transformations.

5. Sur le chemin (a), le transfert thermique s'effectue à la température T_0 (température du thermostat). Donc $S_e^{(a)} = \frac{Q_a}{T_0}$

$$\begin{aligned} \text{Le second principe sur le chemin (a) donne : } \Delta S &= S_e^{(a)} + S_c^{(a)} \Rightarrow S_c^{(a)} = \Delta S - S_e^{(a)} \\ &= -nR \ln(2) - (nR \ln(2)) \\ &= \underline{0} \end{aligned}$$

On retrouve que l'échange thermique entre un thermostat et un système à la température T_0 est réversible.

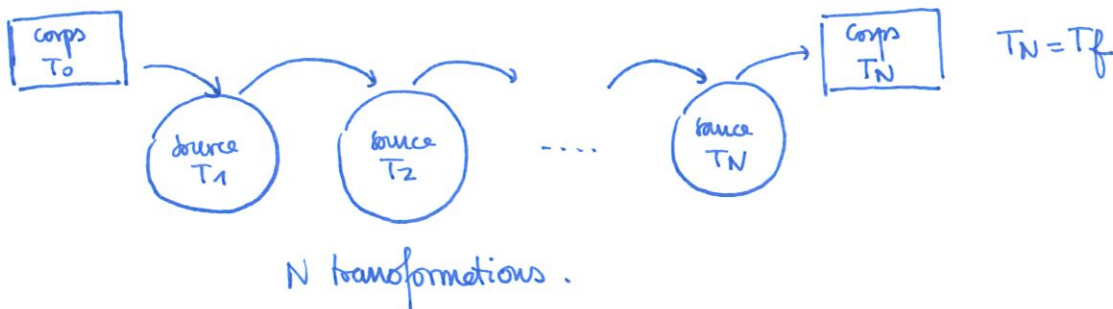
6. Calculer $\Delta S - \frac{Q_b}{T_0}$ revient à calculer l'entropie créée si la transformation (b) se fait avec un thermostat à la température T_0 .

$$\Delta S - \frac{Q_b}{T_0} = -nR \ln(z) - \left(-\frac{nR}{2}\right) = nR \left(\frac{1}{2} - \ln(z)\right) < 0$$

Ainsi la transformation (b) au contact d'un thermostat à T_0 est impossible car interdite par le second principe.

Cela se comprend : la transformation (b) se fait à $T < T_0$ (car la courbe se situe sous la courbe isotherme à T_0). Or on a calculé $Q_b < 0$. Lors de la transformation (b), il faut que le transfert thermique se fasse vers l'extérieur (soit d'une température faible vers une température élevée).
→ c'est impossible!

Exercice 5



Étudions la transformation i

Le corps est en contact avec une source à T_i

État initial : température T_{i-1}

État final : température T_i

* Calcul de ΔS : pour une phase condensée : $S(T) = S_0 + m c_p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$

$$\text{ainsi } \Delta S_i = S(T_i) - S(T_{i-1}) = m c_p \ln\left(\frac{T_i}{T_{i-1}}\right) = \underline{m c_p \ln(\alpha)}$$

* Calcul de S_e : Ici $S_e^{(i)} = \frac{Q_i}{T_i}$ où Q_i transfert thermique reçu de la source T_i

On applique le premier principe de la thermodynamique:

$$\Delta H_i = Q_i \quad (\text{pas d'autres travaux envisagés})$$

$$\Rightarrow Q_i = m c_p (T_i - T_{i-1})$$

$$\text{D'où } \underline{S_e^{(i)} = m c_p \left(1 - \frac{T_{i-1}}{T_r}\right) = m c_p \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)}$$

* Calcul de S_c : on applique le second principe pour l'étape i :

$$\Delta S_i = S_e^{(i)} + S_c^{(i)}$$

$$\Rightarrow S_c^{(i)} = m c_p \ln(\alpha) - m c_p \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= \underline{m c_p \left(\ln \alpha + \frac{1}{\alpha} - 1\right) > 0}$$

Bilan: L'entropie totale créée est $S_c = \sum_{i=1}^N S_c^{(i)} = \underline{N m c_p \left(\ln \alpha + \frac{1}{\alpha} - 1\right)}$

Cas où $N \rightarrow \infty$:

Relions α à N : $\frac{T_{i+1}}{T_i} = \alpha \Rightarrow \underbrace{\frac{T_1}{T_0} \times \frac{T_2}{T_1} \times \frac{T_3}{T_2} \times \dots \times \frac{T_{i+1}}{T_i} \times \dots \times \frac{T_N}{T_{N-1}}}_{N \text{ termes}} = \frac{T_N}{T_0} = \alpha^N$

$$\text{D'où } \frac{T_f}{T_0} = \alpha^N \Rightarrow \alpha = \left(\frac{T_f}{T_0}\right)^{\frac{1}{N}}$$

$$\text{D'où } S_c = \underbrace{N m c_p}_{\rightarrow \infty} \left(\underbrace{\ln \left[\left(\frac{T_f}{T_0}\right)^{\frac{1}{N}} \right]}_{\rightarrow 0} + \underbrace{\left(\frac{T_0}{T_f}\right)^{\frac{1}{N}}}_{\rightarrow 1} - 1 \right)$$

La limite n'est pas évidente...

Il faut faire un développement limité.

$$S_c = N m c_p \left[\frac{1}{N} \ln \left(\frac{T_f}{T_0} \right) + \exp \left(\frac{1}{N} \ln \left(\frac{T_0}{T_f} \right) \right) - 1 \right]$$

$$= N m c_p \left[\frac{1}{N} \ln \left(\frac{T_f}{T_0} \right) + \underbrace{1 + \frac{1}{N} \ln \left(\frac{T_0}{T_f} \right) + \frac{1}{2N^2} \ln^2 \left(\frac{T_0}{T_f} \right)}_{\text{DL à l'ordre 2}} - 1 \right]$$

DL à l'ordre 2

$$\exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2) \text{ en } 0.$$

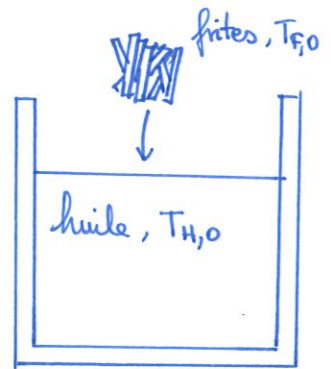
$$\text{D'où } S_c = N m c_p \left[\frac{1}{2N} \ln \left(\frac{T_o}{T_f} \right)^2 \right] = \frac{m c_p}{2N} \ln \left(\frac{T_o}{T_f} \right)^2 \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0$$

Une infinité de transformations irréversibles peut tendre vers une transformation réversible.

Exercice 6

1. On s'intéresse au système {frites + huile} :

$$\begin{array}{ll} \text{État initial} & \rightarrow \text{État final} \\ \text{frites à } T_{F,0} & \text{Ensemble} \\ \text{huile à } T_{H,0} & \text{à } T_1 \text{ (équilibre thermique)} \end{array}$$



On applique le premier principe (la transformation est monobare)

$$\Delta H = Q = 0 \quad \uparrow \text{ on néglige tout transfert thermique}$$

Or par extensivité de H :

$$\begin{aligned} \Delta H &= \Delta H_H + \Delta H_F \\ &= \underbrace{C_{\text{huile}} \rho_{\text{huile}} V_{\text{huile}}}_{m_{\text{huile}}} (T_1 - T_{H,0}) + C_{\text{frite}} m_{\text{frite}} (T_1 - T_{F,0}) \end{aligned}$$

$$\text{Cela mène à : } T_1 = \frac{C_{\text{huile}} \rho_{\text{huile}} V_{\text{huile}} T_{H,0} + C_{\text{frite}} m_{\text{frite}} T_{F,0}}{C_{\text{huile}} \rho_{\text{huile}} V_{\text{huile}} + C_{\text{frite}} m_{\text{frite}}}$$

$$\text{AN: } T_1 = \frac{4,80 \cdot 10^3 \times 920 \times 2,00 \cdot 10^{-3} (180+273) + 4,20 \cdot 10^3 \times 300 \cdot 10^{-3} (0+273)}{4,80 \cdot 10^3 \times 920 \times 2,00 \cdot 10^{-3} + 4,20 \cdot 10^3 \times 300 \cdot 10^{-3}} \approx \underline{431 \text{ K} = 158^\circ \text{C}}$$

2. Par le même système, on fait un bilan d'entropie.

Calcul de ΔS :

$$\text{Par extensivité : } \Delta S = \Delta S_{\text{huile}} + \Delta S_{\text{frite}}$$

$$= C_{\text{huile}} \rho_{\text{huile}} V_{\text{huile}} \ln \left(\frac{T_1}{T_{H,0}} \right) + C_{\text{frite}} m_{\text{frite}} \ln \left(\frac{T_1}{T_{F,0}} \right)$$

Calcul de S_e :

Comme les transferts thermiques avec l'extérieur sont négligés : $S_e = 0$

Calcul de S_c :

Avec le second principe, on obtient : $\Delta S = S_e + S_c = S_c$

$$\text{D'où } S_c = C_{\text{huile}} \rho_{\text{huile}} V_{\text{huile}} \ln\left(\frac{T_1}{T_{H,0}}\right) + C_{\text{frite}} m_{\text{frite}} \ln\left(\frac{T_1}{T_{F,0}}\right)$$

AN : $S_c = 4,80 \cdot 10^3 \times 920 \times 2,00 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{431}{190+273}\right) + 4,20 \cdot 10^3 \times 300 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{431}{20+273}\right) \approx \underline{115 \text{ J.K}^{-1}}$

On obtient $S_c > 0$, la réaction est bien irréversible.

3. Par extensivité de U , on peut déterminer la capacité de l'ensemble :

$$\underline{C = C_{\text{huile}} + C_{\text{frite}} = C_{\text{huile}} \rho_{\text{huile}} V_{\text{huile}} + C_{\text{frite}} m_{\text{frite}}}$$

AN : $C = 4,80 \cdot 10^3 \times 920 \times 2,00 \cdot 10^{-3} + 4,20 \cdot 10^3 \times 300 \cdot 10^{-3} \approx \underline{10 \text{ kJ.K}^{-1}}$

4. Le travail fourni par la résistance est : $W_e = P \times \Delta t$ où Δt est la durée de la transformation (pendant laquelle la friteuse est allumée).

On applique le premier principe à l'ensemble pendant Δt :

$$\Delta H = W_e \Rightarrow C(T_{H,0} - T_1) = P \Delta t$$

$$\text{Alors } \underline{\Delta t = \frac{C(T_{H,0} - T_1)}{P}}$$

AN : $\Delta t = \frac{10 \cdot 10^3 (180 - 158)}{1500} \approx \underline{147 \text{ s} \approx 2,5 \text{ min}}$

5. On détermine l'entropie créée durant la deuxième étape :

Calcul de ΔS : $\underline{\Delta S = C \ln\left(\frac{T_{H,0}}{T_1}\right)}$

Calcul de S_e : Si l'on considère que le travail électrique fourni par la résistance correspond à un transfert thermique d'une source à la température $T_{H,0}$, alors :

$$\underline{S_e = \frac{P \times \Delta t}{T_{H,0}}}$$

Calcul de S_c : On applique le second principe:

$$\Delta S = S_e + S_c \Rightarrow S_c = \Delta S - S_e$$

$$= C \ln \left(\frac{T_{H,0}}{T_1} \right) - \frac{P \Delta t}{T_{H,0}}$$

AN: $S_c = 10 \cdot 10^3 \ln \left(\frac{190+273}{431} \right) - \frac{1500 \times 147}{190+273} \approx \underline{11,1 \text{ J.K}^{-1}} > 0$

La transformation est irréversible.

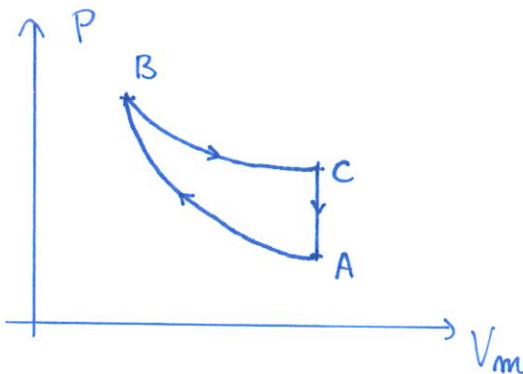
Exercice 7

1. Pour un gaz parfait, dans un diagramme de Clapeyron:

→ une isotherme a pour équation: $P = \frac{nRT}{V} \propto \frac{1}{V_m}$

→ une évolution adiabatique réversible (isentropique): $PV^\gamma = \text{cte} \Rightarrow P \propto \frac{1}{V_m^\gamma}$

} comme $\gamma > 1$, la pente d'une isentropique est plus "raide" qu'une isotherme.



(la pente de AB est bien plus grande que celle de BC)

2. Transformation AB: adiabatique réversible. On applique la loi de Laplace:

$$PV^\gamma = \text{cte} \Rightarrow P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

et comme $PV = nRT \Rightarrow PV \times V^{\gamma-1} = \text{cte} \Leftrightarrow nRT V^{\gamma-1} = \text{cte}$

$$\text{D'où } T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$\text{D'où } \underline{V_B = V_A \cdot \left(\frac{T_A}{T_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \quad \text{et} \quad \underline{P_B = P_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma = P_A \left(\frac{T_B}{T_A} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

Transformation BC: isotherme, donc $T_B = T_C$

$$\text{Or } P_C V_C = nRT_C \Rightarrow P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{nRT_B}{V_A} = \underline{\underline{\frac{P_A T_B}{T_A}}}$$

car $P_A V_A = nRT_A \Rightarrow \frac{nR}{V_A} = \frac{P_A}{T_A}$

3. On rappelle que pour un gaz parfait : $S(V, T) = S_0 + C_V \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$

* Transformation AB :

→ calcul de ΔS :
$$\begin{aligned}\Delta S_{AB} &= S(T_B, V_B) - S(T_A, V_A) \\ &= \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + nR \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \\ &= \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + nR \ln\left[\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\right] \\ &= \underline{0} \quad (\text{on aurait pu directement appliquer le 2nd pape pour obtenir } \Delta S)\end{aligned}$$

→ calcul de S_e : $S_e = 0$ car la transformation est adiabatique

→ calcul de S_c : $S_c = 0$ car la transformation est réversible.

* Transformation BC :

→ calcul de ΔS :
$$\begin{aligned}\Delta S_{BC} &= S(T_C, V_C) - S(T_B, V_B) \\ &= nR \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) \quad \text{car } T_B = T_C \text{ (transformation isotherme)} \\ &= nR \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right) \quad \text{car } V_C = V_A \\ &= nR \ln\left[\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\right] \\ &= \underline{\underline{\frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)}}$$

→ calcul de S_e : Il faut déterminer l'expression de Q_{BC} le transfert thermique reçu.

On applique le premier principe :

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} \quad \text{or} \quad \Delta U_{BC} = C_V \Delta T = 0 \quad \text{car } T_B = T_C$$

$$\text{et } W_{BC} = - \int_{V_B}^{V_C} P_e dV = - \int_{V_B}^{V_C} P dV = - \int_{V_B}^{V_C} \frac{nRT}{V} dV = -nRT_B \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} = -nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$

la transformation est réversible

donc il y a équilibre mécanique à chaque instant

car isotherme

$$\text{Donc } Q_{BC} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = \frac{nRT_B}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)$$

$$\text{et alors } S_e = \frac{Q_{BC}}{T_B} = \underline{\underline{\frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)}}$$

↑ car il y a équilibre thermique à chaque instant, donc la température de contact est T_B

→ calcul de S_c : on a $S_c = 0$ car la transformation est réversible.

Rq: On aurait pu gagner du temps pour les transformations AB et BC:

→ transformation AB: adiabatique réversible, donc $S_e = 0$ et $S_c = 0$

$$\text{D'où } \Delta S_{AB} = S_e + S_c = 0$$

→ transformation BC: détermination de W_{BC} et donc de Q_{BC} afin d'obtenir S_e

Or la transformation est réversible, donc $S_c = 0$

$$\text{D'où } \Delta S_{BC} = S_e$$

Cela économise des calculs! et on n'a pas besoin de l'expression de $S(T, V)$!

* Transformation CA

→ calcul de ΔS : - soit on fait $\Delta S = S(T_A, V_A) - S(T_C, V_C)$

- soit on utilise le fait que S est une fonction d'état. Donc sur un cycle $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$:

$$\Delta S_{\text{cycle}} = 0 = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA}$$

$$\text{D'où } \Delta S_{CA} = -\Delta S_{AB} - \Delta S_{BC} = 0 - \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)$$

$$\text{D'où } \underline{\Delta S_{CA} = -\frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)}$$

→ calcul de S_e : On applique le premier principe:

$$\Delta U_{CA} = W_{CA} + Q_{CA} \quad \text{or } W_{CA} = 0 \text{ car la transformation est isochore}$$

$$\Delta U_{CA} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_A - T_C)$$

$$\text{D'où } Q_{CA} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_A - T_C) = \underline{\frac{nRT_A}{\gamma-1} \left(1 - \frac{T_B}{T_A}\right)} \text{ car } T_B = T_C$$

$$\text{Or } S_e = \frac{Q_{CA}}{T_A} = \underline{\frac{nR}{\gamma-1} \left(1 - \frac{T_B}{T_A}\right)} \text{ car la température du thermostat en contact est } T_A.$$

→ calcul de S_c : On applique le 2nd principe:

$$\Delta S_{CA} = S_e + S_c \Rightarrow S_c = \Delta S_{CA} - S_e = -\frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) - \frac{nR}{\gamma-1} \left(1 - \frac{T_B}{T_A}\right)$$

$$\Rightarrow \underline{S_c = \frac{nR}{\gamma-1} \left(\frac{T_B}{T_A} - 1 - \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)\right)}$$

4. On pose $\varepsilon = \frac{T_B}{T_A} - 1$.

Vérifions le signe de S_c pour chaque étape :

→ étape A → B : $S_c = 0$

→ étape B → C : $S_c = 0$

→ étape C → A : $S_c = \frac{nR}{\gamma-1} (\varepsilon - \ln(1+\varepsilon))$

or $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon - \ln(1+\varepsilon) \geq 0$ (on aurait $S_c = 0$ si $\varepsilon = 0 \Leftrightarrow T_A = T_B$)

La dernière étape est irréversible.