TD21 – Introduction à la thermodynamique – Le gaz parfait

EXERCICE 1 : Approximation des gaz parfaits (⋆)

1. À une température de $T = 273\,\mathrm{K}$ sous 1 bar, les tables pour le diazote donnent une masse volumique $\rho = 1,2347\,\mathrm{kg.m^{-3}}$. Comparer au modèle du gaz parfait.

2. À la limite de l'ébullition de l'eau (100°C sous 1 bar), les tables donnent un volume massique de la vapeur d'eau de $v = 1,7\,\mathrm{m^3.kg^{-1}}$. Comparer au modèle du gaz parfait.

EXERCICE 2 : Gonflage d'un ballon (⋆)

Le gaz de cet exercice se comporte comme le gaz parfait. Une bouteille d'acier munie d'un détendeur, contient dans un volume de 60 L de l'air comprimé sous une pression de 15 bar. En ouvrant le détendeur, à température constante, à la pression atmosphérique, on gonfle un ballon à l'aide de la totalité du gaz contenu dans la bouteille.

1. Quel est le système étudié ? Décrire et qualifier ce système.
2. Décrire l'état d'équilibre final. En particulier, que vaut la pression du gaz si l'on néglige les forces de tension superficielle du ballon ? Que vaut la température de ce gaz à l'état final ?
3. Quel sera le volume du ballon à l'état final d'équilibre ?

EXERCICE 3 : Thermomètre et dilatation (⋆⋆)

La dilatation du mercure suit la loi suivante, V étant le volume du mercure et V_0 sa valeur à 0°C. On donne :

$$\frac{1}{V_0}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\theta} = 2\times10^{-4}\,°\mathrm{C}^{-1}$$

On utilise un thermomètre entre 0°C et 100°C dont le tube de verre fin présente un diamètre de $d = 0,1\,\mathrm{mm}$ et dont la hauteur fait $h = 20\,\mathrm{cm}$ entre les deux températures indiquées ci-dessus.

1. Quel doit être le rayon intérieur du réservoir sphérique contenant le mercure placé juste en dessous de la graduation 0°C ?
2. Sachant que la densité du mercure est de 13,2 à 0°C, calculer la masse m de mercure que renferme le thermomètre, ainsi que sa densité à 100°C

EXERCICE 4 : Transformation d'un gaz parfait (⋆)

1. Quel est le volume V_0 occupé par $m = 1\,\mathrm{g}$ de dibrome (molécule Br_2) à 600°C sous la pression normale, en supposant que c'est un gaz parfait ? On donne $M(\mathrm{Br}) = 80\,\mathrm{g.mol^{-1}}$. À cette température on peut négliger la dissociation des molécules.
2. Que deviendrait ce volume à 1600°C, toujours sous pression normale, en supposant qu'on puisse encore négliger la dissociation.
3. (⋆⋆) L'expérience montre que ce volume V_1 est en fait de $V_1 = 1,195\,\mathrm{L}$. Montrer que cela peut s'expliquer en considérant qu'une certaine proportion des molécules Br_2 s'est dissociée en atomes Br. Calculer le coefficient de dissociation x (proportion de molécules dissociées).

EXERCICE 5 : Gonflage d'un pneu (⋆⋆)

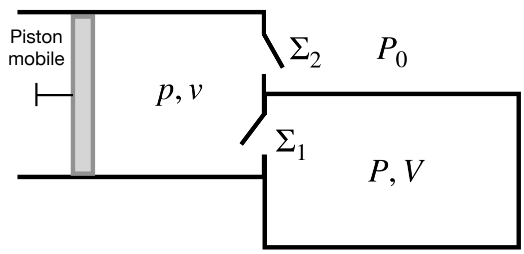
Dans cet exercice, l'air est assimilé à un gaz parfait.

1. Un pneu sans chambre, de volume supposé constant, est gonflé à froid, à la température $\theta_1 = 20°C$, sous la pression $P_1 = 2,1\,\text{bar}$. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression $P_2 = 2,3\,\text{bar}$. Quelle est alors sa température ?
2. Une bouteille d'acier, munie d'un détendeur, contient dans un volume $V_i = 60\,\text{L}$, de l'air comprimé sous $P_i = 15\,\text{bar}$. En ouvrant le détendeur à la pression atmosphérique, quel volume d'air peut-on extraire à température constante ?
3. Un pneu de volume $V_1 = 50\,\text{L}$ est gonflé au moyen d'air comprimé contenu dans une bouteille de volume $V_0 = 80\,\text{L}$, sous $P_0 = 15\,\text{bar}$. Si la pression initiale est nulle et la pression finale est $P_1 = 2,6\,\text{bar}$, déterminer la pression P dans la bouteille à la fin du gonflage d'un pneu, puis le nombre de pneus que l'on peut gonfler, l'opération se passant à température constante.

EXERCICE 6 : Pompage d'une enceinte (⋆⋆)

On veut vider un réservoir de volume V, initialement rempli d'air (considéré comme un gaz parfait), au moyen d'une pompe.

La soupape Σ_1 est fermée si la pression p dans le corps de pompe est supérieure à la pression P du réservoir. La soupape Σ_2 est fermée si la pression p est inférieure à la pression P_0 constante.



Le volume v maximal du corps de pompe est v_{max}. On suppose que la température de l'air reste constante et égale à T. La valeur initiale de P est égale à P_0.

1. Au cours du coup de pompe n, le volume v passe de 0 à v_{max}, puis de v_{max} à 0. La pression P dans le réservoir passe de P_n à P_{n+1}. Déterminer la relation de récurrence entre les P_n.
2. En déduire l'expression de P_n et la valeur limite de la pression.

EXERCICE 7 : Libre parcours moyen (⋆⋆)

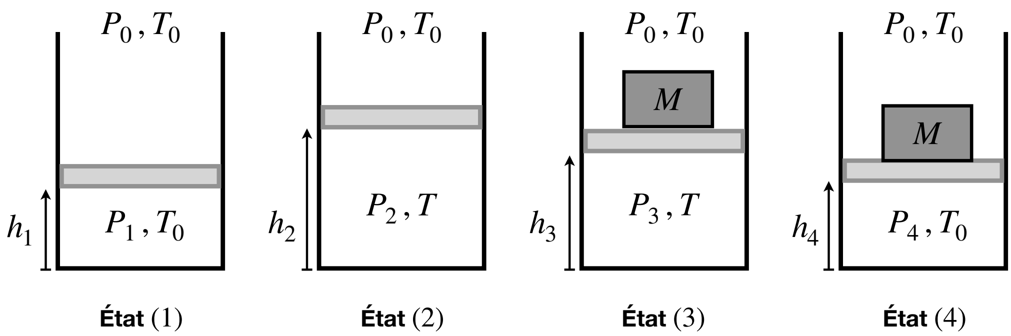
Dans un système gazeux de volume V composé de N particules supposées sphériques de diamètre d, on souhaite déterminer le libre parcours moyen ℓ_m d'une particule. On considère que la particule étudiée vient de subir un choc. Sa nouvelle vitesse est orientée selon la direction (Ox) choisi arbitrairement.

1. On propose de définir ℓ_m comme la hauteur du cylindre d'axe (Ox), dont la base est de rayon d et centrée sur la particule étudiée, tel qu'il y a une seule autre particule de gaz dans le cylindre. Faire un schéma de la situation et relier cette définition avec celle donnée dans le cours.
2. Établir l'expression de ℓ_m. On pour introduire utiliser la densité particulaire $n^* = \frac{N}{V}$. Donner l'expression de ℓ_m en fonction de V_m le volume molaire du gaz, d et $\mathcal{N}_A$ la constante d'Avogadro.
3. Faire l'application numérique dans le conditions normales, avec $d = 0,3\,\text{nm}$.

EXERCICE 8 : Gaz parfait dans une enceinte (★★)

Une quantité de matière n de gaz parfait est enfermée dans une enceinte de surface de base S. Cette enceinte est fermée par un piston de masse m, à même de coulisser sans frottement, et permet les transferts thermiques, si bien que lorsqu'on attend suffisamment longtemps le gaz contenu dans l'enceinte est en équilibre thermique avec l'extérieur. Le milieu extérieur se trouve à température et pression constantes T_0 et P_0. On fait subir au gaz la série de transformations suivante.

- ▷ Initialement, dans l'état (1), le système est au repos depuis suffisamment longtemps pour avoir atteint l'équilibre thermique et mécanique.
- ▷ Le gaz est chauffé jusqu'à ce qu'il atteigne la température $T > T_0$, plaçant le système dans l'état (2).
- ▷ Une masse supplémentaire M est brusquement placée par dessus le piston : avant tout transfert thermique, le système est dans l'état (3).
- ▷ Enfin, l'équilibre thermique est atteint, le système est alors dans l'état (4).



Déterminer les quatre positions du piston h_1 à h_4.

EXERCICE 9 : Effusion d'un gaz (★)

Une cabine de navette spatiale (volume $V = 2\,\mathrm{m}^3$) contient N_0 molécules d'air à la température T. À l'instant $t = 0$, une petite météorite perce dans la paroi un petit trou de section $s = 1\,\mu\mathrm{m}^2$ par lequel le gaz peut s'échapper dans le vide.

On supposera que le trou est suffisamment petit pour que la distribution des vitesses des particules dans la navette ne soit pas perturbée. On note $N(t)$ le nombre de molécules présentes à l'intérieur de l'enceinte à l'instant t.

On prendra un modèle dans lequel les molécules se déplacent selon 6 directions, avec des vitesses de même norme (égale à la vitesse quadratique moyenne u).

1. Montrer qu'à un instant t, le nombre de molécules sortant de l'enceinte pendant $\mathrm{d}t$ s'écrit :

$$\mathrm{d}N_s = \frac{N}{6V} s\, u\, \mathrm{d}t$$

2. En déduire une équation différentielle sur $N(t)$, on fera apparaitre un temps caractéristique dont on vérifiera la dimension.

3. En déduire l'expression du nombre de molécule dans l'enceinte à l'instant t.

4. Donner finalement l'expression de l'instant $t_{1/2}$ au bout duquel la pression dans l'enceinte a diminuée de moitié.