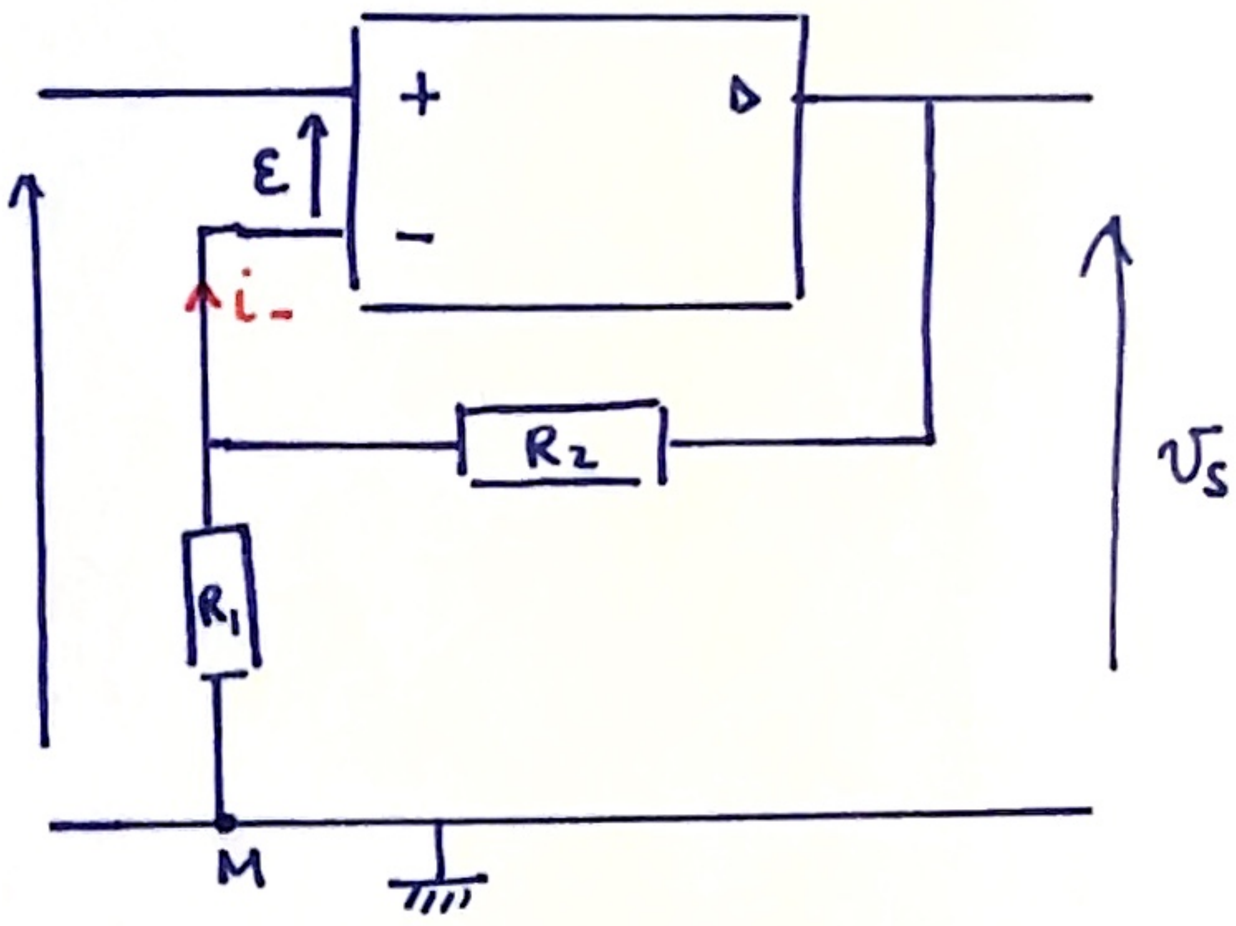
Exercice 5

1. Comme $i_- = 0$, les résistances R_1 et R_2 sont parcourues par le même courant (elles sont en série).



Comme $v_e = V_+ - V_M = V_+$ (car $V_M = 0$)

et que $\varepsilon = 0$

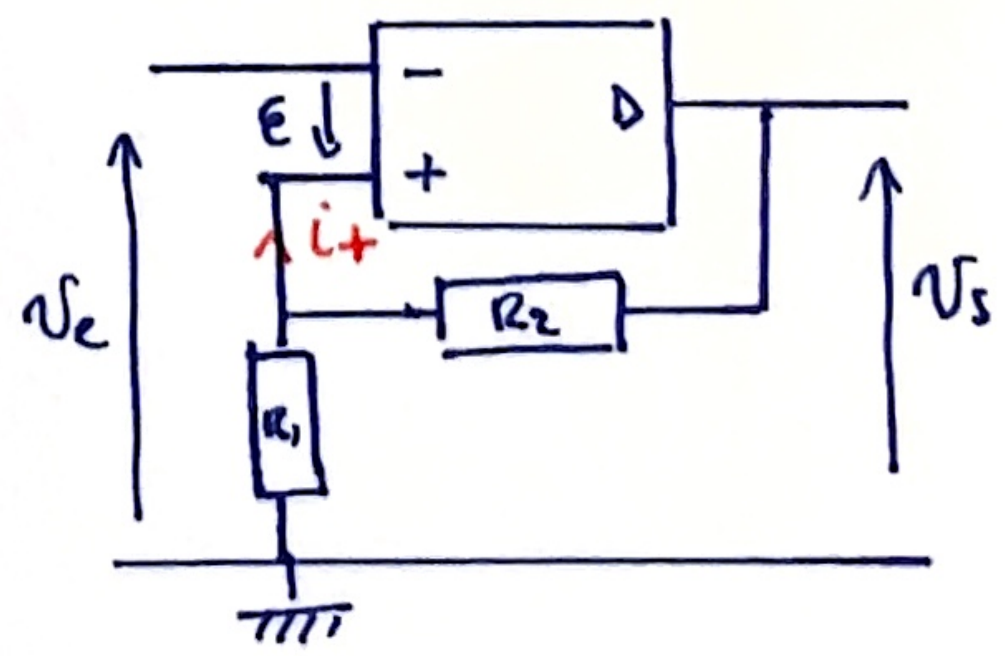
alors $V_- = V_+ = v_e$

En appliquant un pont diviseur de tension, on obtient : $V_- - V_M = \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s$

D'où $v_e = \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s \iff v_s = \frac{R_1+R_2}{R_1} v_e = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)E$

On a $v_s > E$ quelle que soit la valeur de R_1 et de R_2, d'où la dénomination d'amplificateur donnée au montage.

2. Comme $i_+ = 0$, R_1 et R_2 sont encore parcourues par le même courant.



On peut donc appliquer un pont diviseur de tension :

$$V_+ - V_M = \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s$$

or $V_+ = V_-$ (car $\varepsilon = 0$) et $V_- = v_e$

D'où $v_e = \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s \iff v_s = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)E$

On trouve le même résultat qu'avec le premier montage.

3. En choisissant v_s de l'ordre de 10V, on trouve ε de l'ordre de :

$$\varepsilon = \frac{v_s}{\mu_0} = \frac{10}{10^6} = 10^{-5}\,V = 10^{-2}\,mV$$

L'ordre de grandeur de ε est bien négligeable devant les ordres de grandeurs de tensions manipulées usuellement (de 10mV à 10V)

4. Reprenons le raisonnement de la question 1.

On a toujours R_1 et R_2 parcourus par un même courant, donc on a $V_- = \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s = \beta v_s$

et on a également $v_e = V_+$

Ainsi $\varepsilon = V_+ - V_- = v_e - \beta v_s$

Or comme $v_s = \mu_0 \varepsilon \Leftrightarrow \varepsilon = \frac{v_s}{\mu_0}$ d'après le fonctionnement de l'ALI.

D'où $\frac{v_s}{\mu_0} = v_e - \beta v_s \Rightarrow v_e = v_s\left(\beta + \frac{1}{\mu_0}\right)$

$$\Rightarrow v_s = \frac{\mu_0}{1+\beta\mu_0} v_e = \frac{\mu_0}{1+\beta\mu_0} E$$

On obtient bien $v_s = \frac{E}{A}$ où $A = \frac{1+\beta\mu_0}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} + \beta$

Tant que $\beta\mu_0 \gg 1$, on pourra considérer $A \simeq \frac{\beta\mu_0}{\mu_0} = \beta$

On retrouve alors le résultat obtenu à la question 1. Or $\beta = \frac{1}{1+10} = \frac{1}{11}$, on a bien $\mu_0 \gg \frac{1}{\beta}$

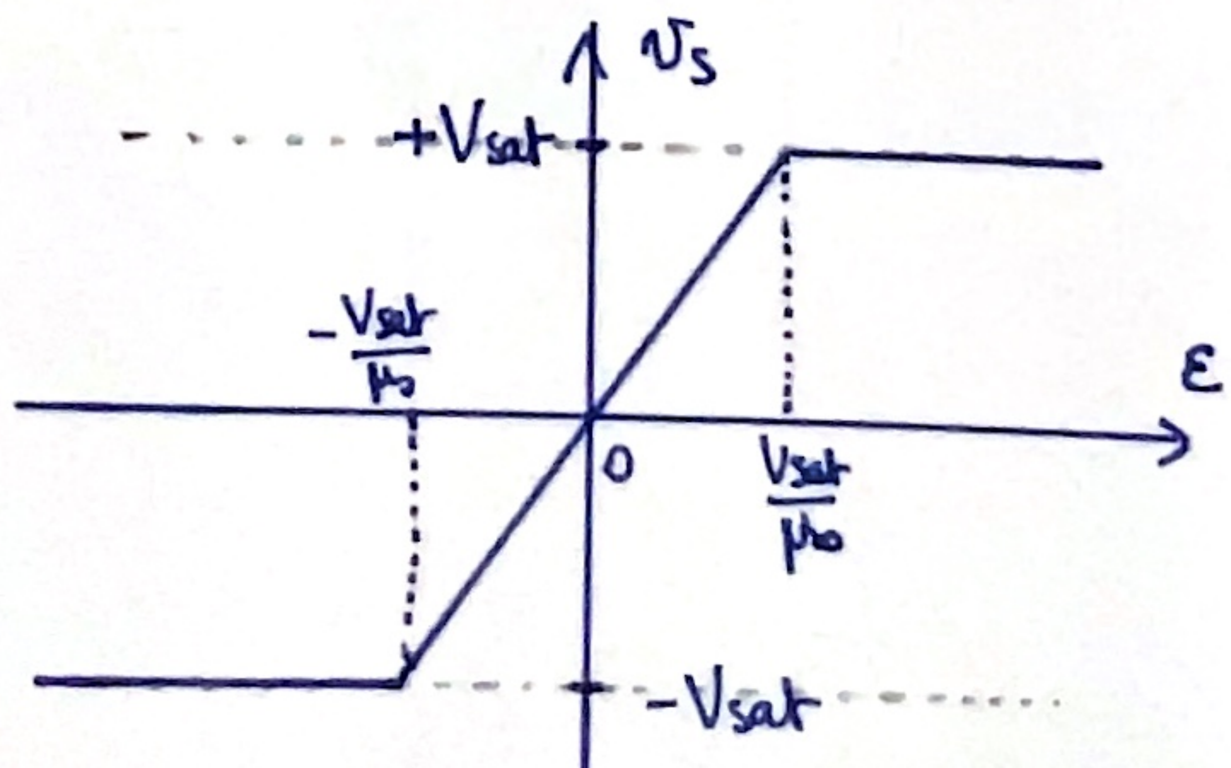
Le premier modèle est donc satisfaisant.

5. En reprenant cette fois le raisonnement de la question 2, on obtient :

$V_+ = \beta v_s$ et $V_- = v_e = E$

Or $\varepsilon = \frac{v_s}{\mu_0}$, donc $\frac{v_s}{\mu_0} = \beta v_s - E$ donc $v_s = \frac{\mu_0}{\mu_0\beta - 1} E$

Tout comme à la question précédente, on pourra nouvellement considérer que $\mu_0\beta \gg 1$, et on retrouve alors bien le résultat de la question 2.

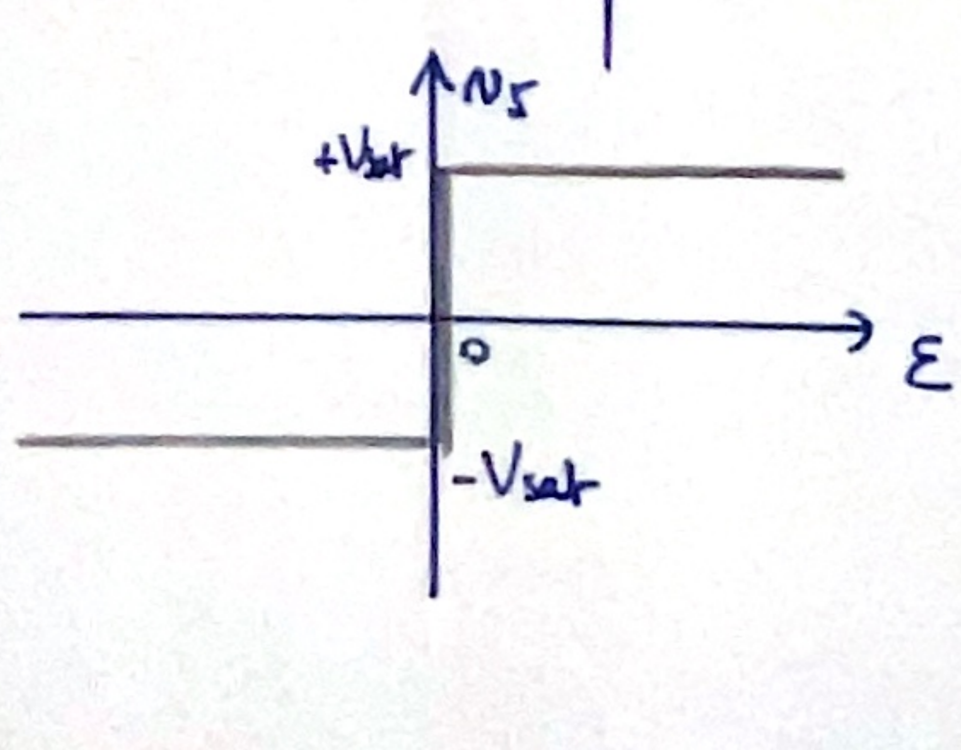


6. D'après l'énoncé, on en déduit le fonctionnement suivant :

- pour $v_s \in [-V_{sat}, +V_{sat}]$, $\varepsilon = \frac{v_s}{\mu_0} \Leftrightarrow v_s = \mu_0 \varepsilon$

  (soit pour $\varepsilon \in \left[-\frac{V_{sat}}{\mu_0}, +\frac{V_{sat}}{\mu_0}\right]$)
- pour $\varepsilon > +\frac{V_{sat}}{\mu_0}$, $v_s = +V_{sat}$
- pour $\varepsilon < -\frac{V_{sat}}{\mu_0}$, $v_s = -V_{sat}$

Comme $\mu_0 \gg 1$, on pourra alors également rencontrer la représentation ci-contre :



car $\frac{V_{sat}}{\mu_0} \simeq \frac{15}{10^6} \simeq 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ V

7. Comme $v_s = \frac{E}{A}$, pour avoir $v_s \in [-V_{sat}, +V_{sat}]$, il faut $E \in [-A.V_{sat} ; +AV_{sat}]$

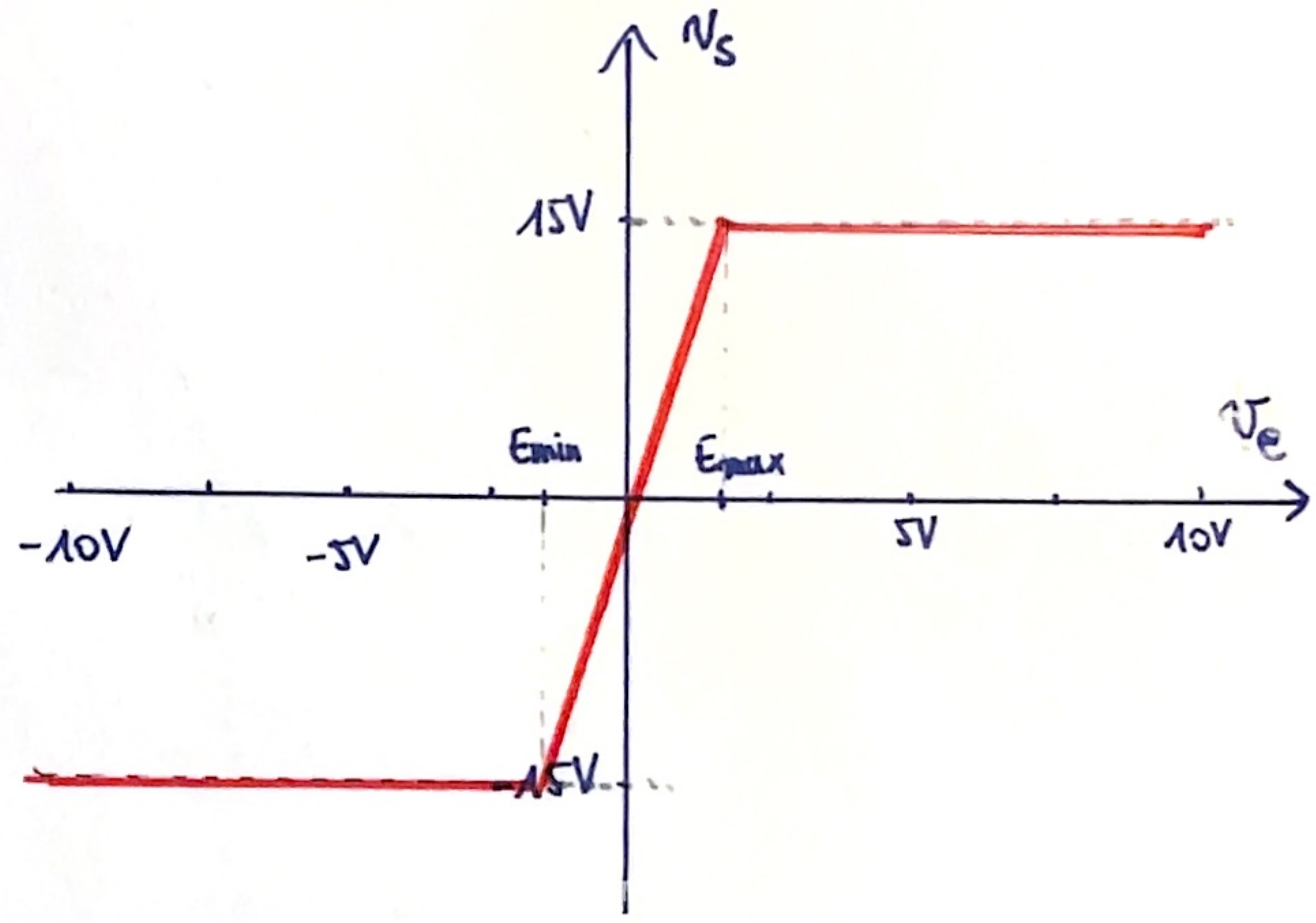
Donc $E_{min} = -A \times V_{sat}$ AN : $E_{min} = -\left(\frac{1}{10^6} + \frac{1}{11}\right).15 \simeq -1,4V$

$E_{max} = +A \times V_{sat}$ $E_{max} = -E_{min} = +1,4V$

Ainsi pour $E \in [E_{min}, E_{max}]$, $v_s = \frac{E}{A}$

pour $E < E_{min}$, $v_s = -V_{sat}$

pour $E > E_{max}$, $v_s = +V_{sat}$



8. Comme à la question 6, on a

$v_e = V_+$ et $V_- = \beta v_s$

Donc $\varepsilon = v_e - \beta v_s$

Ainsi, l'équation différentielle régissant $v_s(t)$ s'écrit : $\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau_0} = \mu_0 . \frac{v_e - \beta v_s}{\tau_0}$

Donc $\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau_0} + \frac{\mu_0\beta}{\tau_0} v_s = \mu_0 \frac{v_e}{\tau_0}$

En posant $\tau = \tau_0 . \frac{1}{1+\mu_0\beta}$, on obtient : $\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau} = \mu_0 \frac{v_e}{\tau_0} = \frac{1}{\tau} . \frac{\mu_0}{1+\beta\mu_0} v_e$

AN : $\tau = 100.10^{-3} \times \frac{1}{1+10^6 \times \frac{1}{11}} \simeq 1,1.10^{-6}s$, donc $\tau \sim 1\mu s$.

9. Pour $t > 0$, $v_e(t) = E$.

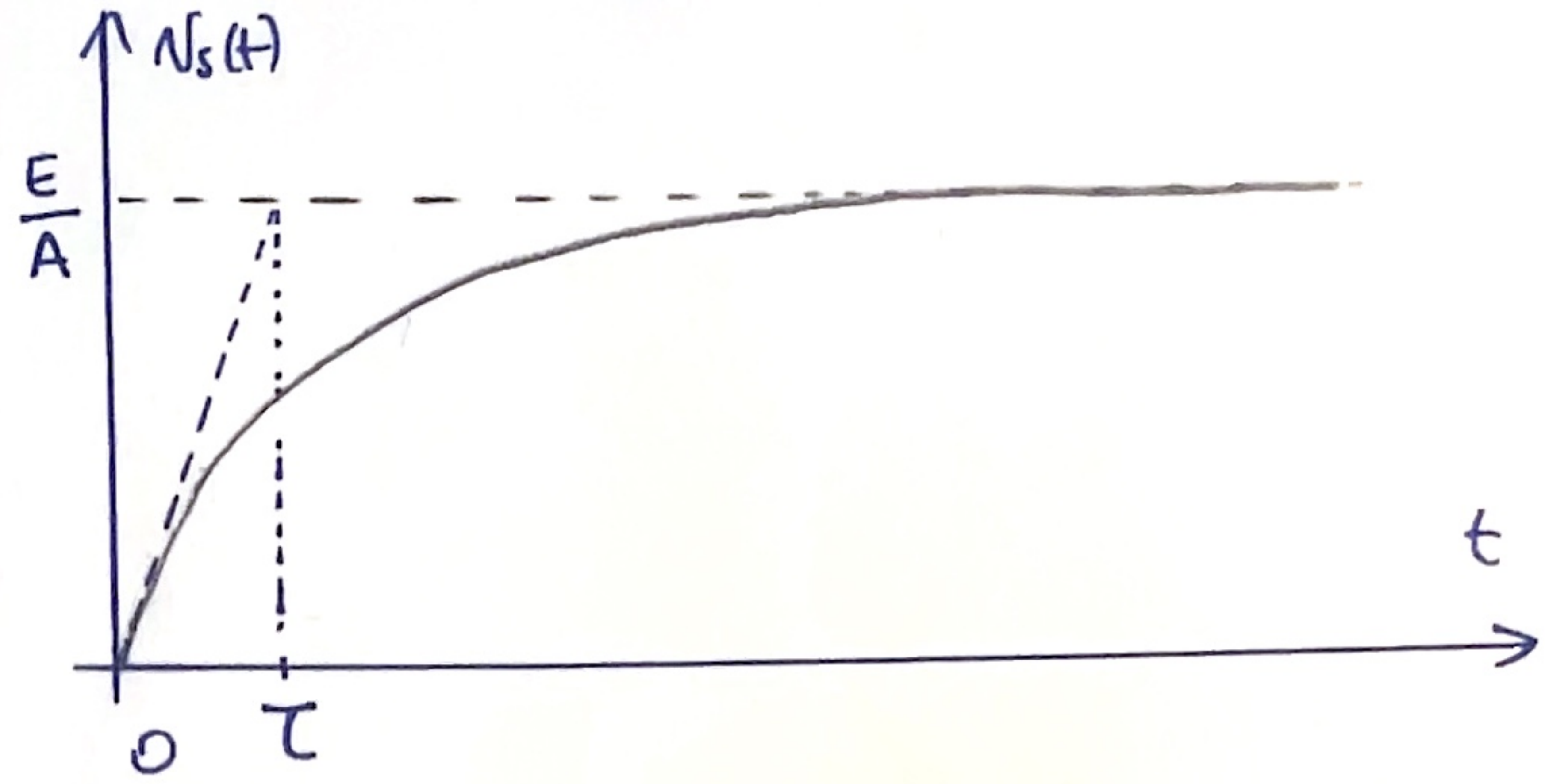
Donc $\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau} = \frac{1}{\tau} . \frac{\mu_0 E}{1+\beta\mu_0}$ La solution est de la forme $v_s(t) = Ke^{-t/\tau} + \frac{\mu_0 E}{1+\mu_0\beta}$

Or comme à $t<0$, un régime permanent continu étant atteint avec $v_e = 0$, on a $v_s(t=0^-) = 0$

Par continuité de $v_s(t)$, on a $v_s(t=0^+) = v_s(t=0^-) = 0$

Ainsi : $v_s(t) = \frac{\mu_0 E}{1+\beta\mu_0}(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{A}(1 - e^{-t/\tau})$ où $A = \frac{1+\beta\mu_0}{\mu_0}$

La courbe représentative est donc la suivante :

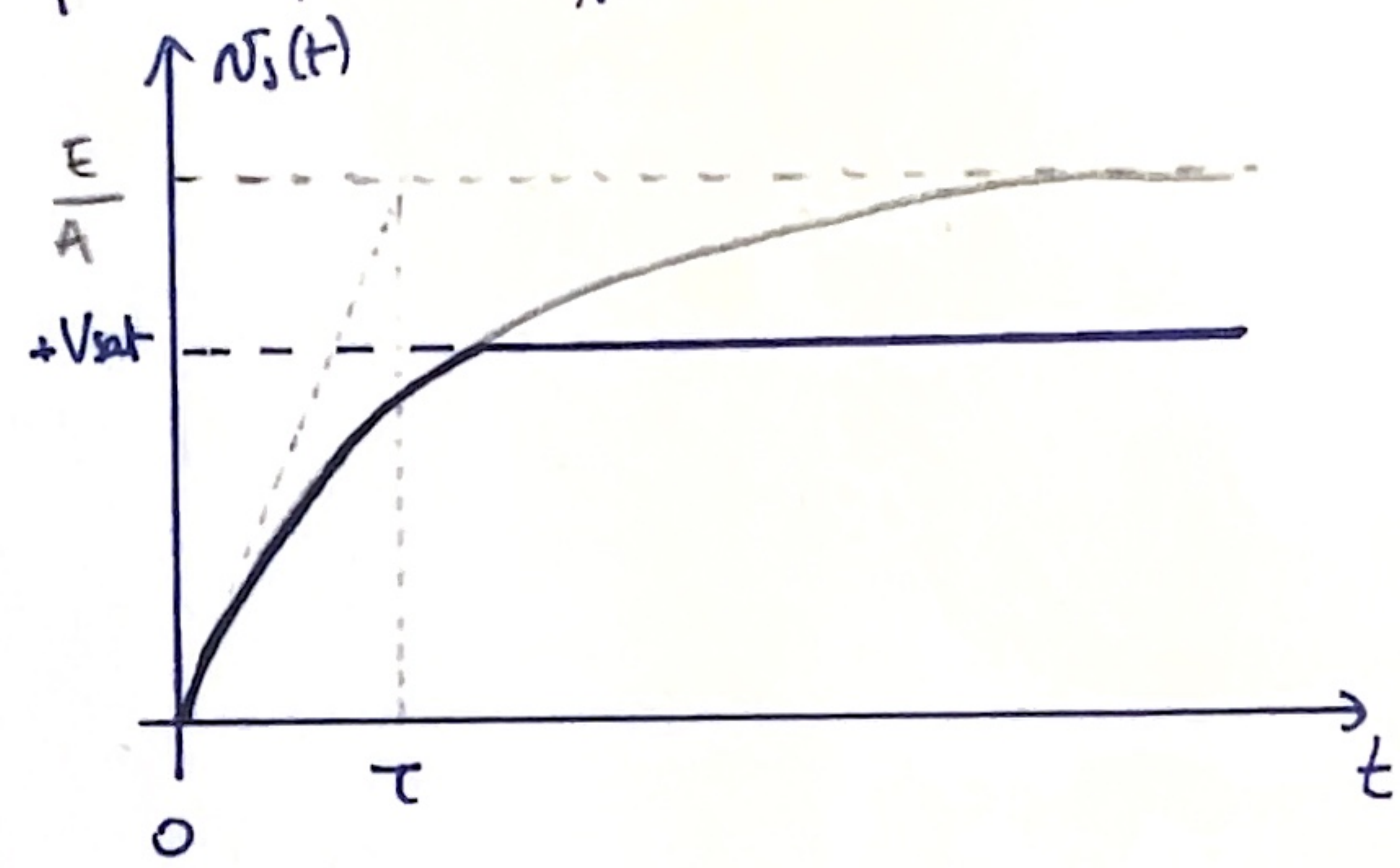


On voit que $v_s(t)$ tend vers un régime permanent continu, dont la valeur est donnée par les calculs réalisés en régime continu (question 4)

Si $E > E_{max}$ alors le régime continu devrait être un régime saturé (où $v_s = +V_{sat}$). Ainsi :

tant que $v_s < V_{sat}$: $v_s(t)$ suit l'évolution prévue par l'équation différentielle

dès que $v_s = +V_{sat}$, alors $v_s(t)$ reste à cette valeur.



Le régime permanent atteint est le régime saturé prévu précédemment (question 7).

10. En reprenant le raisonnement de la question 5, on obtient :

$v_e = V_-$ et $V_+ = \beta v_s$, d'où $\varepsilon = \beta v_s - v_e$

Donc l'équation différentielle obtenue est : $\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau_0} = \mu_0 \cdot \frac{\beta v_s - v_e}{\tau_0}$

soit $\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau'} = \frac{1}{\tau'} \cdot \frac{-\mu_0 v_e}{1-\mu_0\beta}$ avec $\tau' = \frac{\tau_0}{1-\mu_0\beta}$

Pour $t > 0$: $v_e = E$, d'où $\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau'} = \frac{1}{\tau'} \cdot \frac{\mu_0 E}{\mu_0\beta - 1}$

11. Si l'on résout cette équation avec la même condition initiale $v_s(0^+) = 0$,

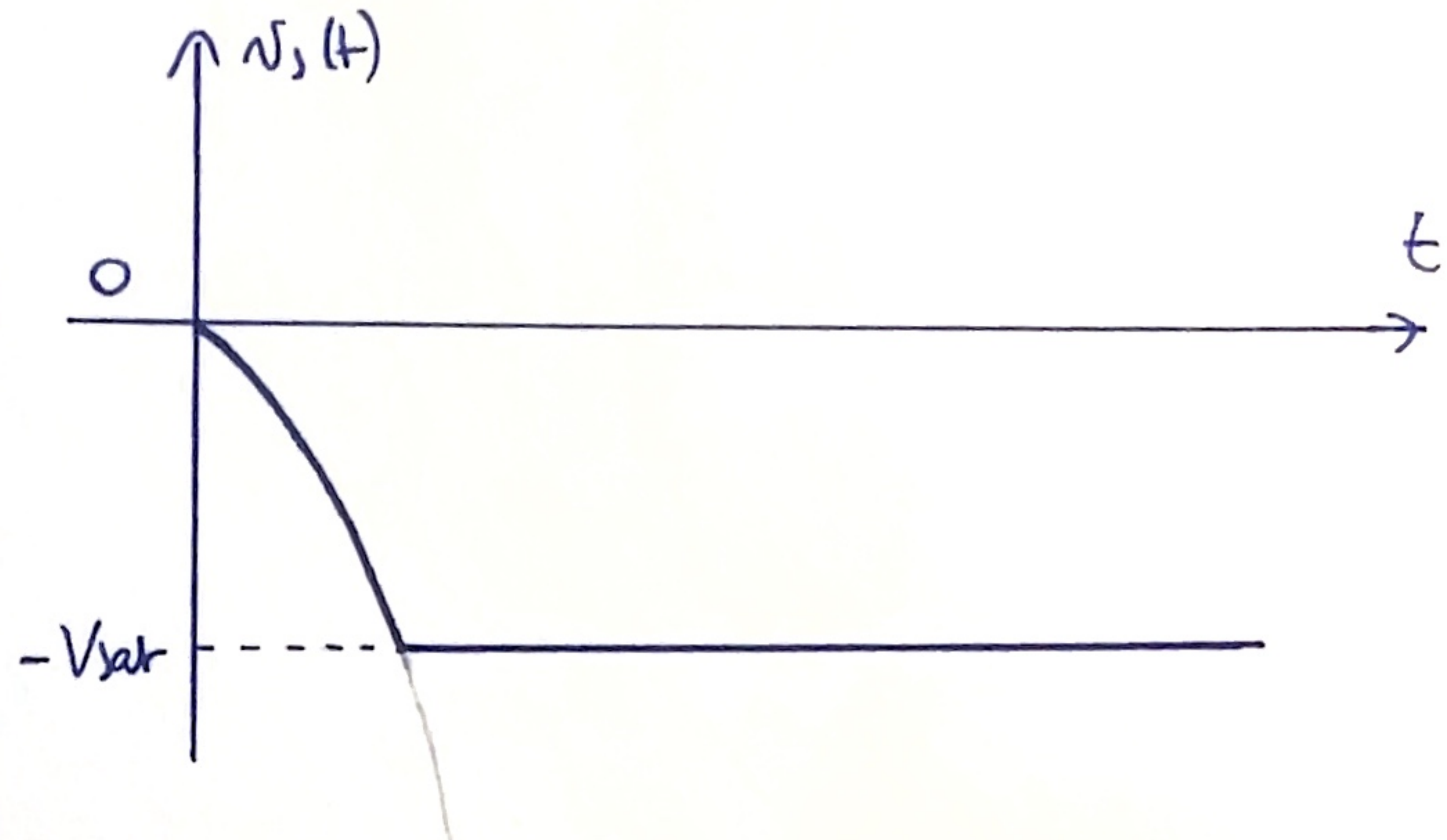
on obtient : $v_s(t) = \frac{\mu_0 E}{\mu_0\beta - 1}\left(1 - e^{-t/\tau'}\right)$

La solution particulière constante correspond bien à la valeur de v_s calculée en régime continu (question 5). En revanche, comme $\mu_0\beta > 1$, $\tau' < 0$.

Cela indique que la solution diverge, car $e^{-t/\tau'} \xrightarrow[t \to \infty]{} +\infty$

Ainsi, il n'y a pas de régime transitoire, et $v_s(t) \xrightarrow[t \to \infty]{} -\infty$ (si on ne prend pas en compte la saturation).

En revanche, lorsque $v_s(t) = -V_{sat}$, l'ALI bascule en régime saturé, et v_s reste à $-V_{sat}$.



Ainsi l'inversion des bornes (+) et (−) induit un changement drastique sur le comportement du montage.

Remarquons que les résultats du fonctionnement linéaire prévu en régime permanent sont bien vérifiés lors d'une rétroaction négative (même si l'on peut avoir un régime de saturation). Ce n'est pas le cas lors d'une rétroaction positive, où le fonctionnement en régime linéaire n'est pas observé car le "régime transitoire" diverge et atteint exponentiellement un régime de saturation.

D'où le résultat admis en cours qu'une rétroaction négative indique un fonctionnement de l'ALI en régime linéaire.

Rq: en RSF, l'équation différentielle du fonctionnement de l'ALI en régime linéaire donne :

$$j\omega \underline{v_s} + \frac{\underline{v_s}}{\tau_0} = \mu_0 \frac{\underline{\varepsilon}}{\tau_0} \implies \underline{v_s} = \frac{\mu_0}{1 + j\omega\tau_0} \underline{\varepsilon}$$

on remarque donc que l'ALI réel peut être modélisé par un filtre passe-bas du 1er ordre.