

Devoir maison n°9

À rendre le 17 mars 2025

Ce sujet traite de solides en rotation et s'intéresse à la physique de la rotation d'un œuf dur. Il est composé de ?? page(s). L'intégralité du sujet est à traiter. L'entraide entre élèves est autorisée, la rédaction de la copie reste personnelle.

Rappel :

- ▷ Comme pour tous les devoirs (DS, DM et lors des concours), les réponses doivent être **soulignées ou encadrées** dans une couleur autre que celle de rédaction (rouge par exemple).
- ▷ La numérotation des questions répondues doit clairement apparaître sur la copie.
- ▷ Un saut de ligne doit être clairement observé entre deux questions distinctes.

★ ★ ★

EXERCICE 1 : Rotation d'un œuf dur

Le document ci-dessous décrit un phénomène qu'on observe lorsqu'on met en rotation un œuf dur.

Document A

Lorsqu'on impulse un mouvement rotatif très rapide (plus d'une dizaine de tours par seconde) à un œuf dur posé sur une surface bien plane et pas trop lisse, il se produit un étrange phénomène. Au bout de quelques tours, l'œuf se dresse et se met à tourner sur sa pointe ou sur sa base! Lorsqu'il perd peu à peu de la vitesse par frottements, il finit par se remettre en position couchée, position où son centre de gravité est le plus bas.

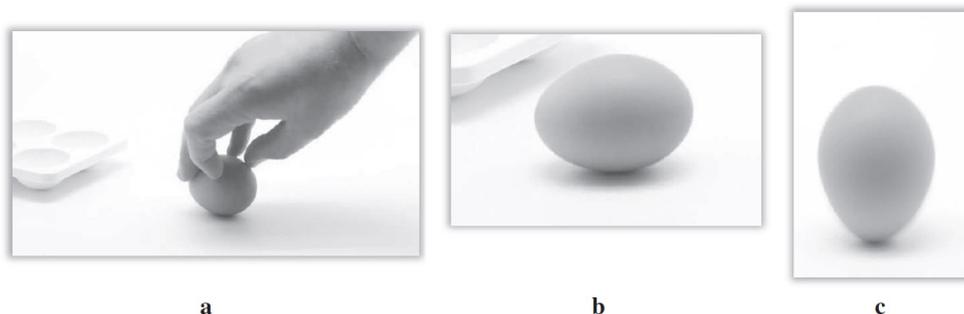


FIGURE 1 – Évolution d'un œuf dur en rotation dans l'ordre chronologique a, b et c.

Source : *Le kaléidoscope de la physique*, Varlamov, Villain, Rigamonti, 2014

On souhaite établir pour l'œuf dur la condition de basculement de la position horizontale à la position verticale. On adopte le paramétrage de la figure ?? ci-dessous :

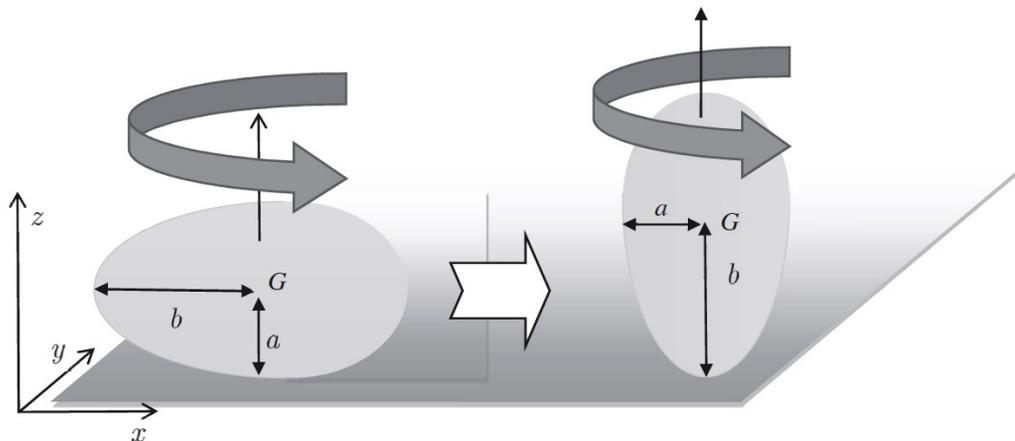


FIGURE 2 – Passage de la position horizontale (à gauche) à la position verticale (à droite)

On ne considère que les états initial et final, on ne s'intéresse pas au mécanisme transitoire du redressement de l'œuf. On modélise l'œuf dur par un ellipsoïde de révolution homogène de masse m , de demi petit axe a et de demi grand axe b (avec $a < b$). Le centre de masse G est au centre de l'ellipsoïde (on néglige la légère asymétrie de l'œuf). Les moments d'inertie d'un ellipsoïde de masse m par rapport à son axe de rotation Oz s'écrivent :

- ▷ $J_H = \frac{1}{5} m(a^2 + b^2)$ lorsque l'œuf tourne à l'horizontal,
- ▷ $J_V = \frac{2}{5} m a^2$ lorsque l'œuf tourne à la verticale.

On pose Ω la vitesse de rotation de l'œuf, qu'il soit dans sa position verticale ou horizontale.

1. Comparer les deux moments d'inertie J_H et J_V et commenter physiquement.
2. Exprimer l'énergie mécanique totale de l'œuf dans les deux positions E_{m_H} et E_{m_V} en fonction des données. On choisira comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur celle d'altitude nulle.
3. Montrer qu'il existe une pulsation limite Ω_c telle que pour $\Omega > \Omega_c$, la position verticale est d'énergie inférieure à la position horizontale et assure le basculement d'une position à l'autre. On donnera l'expression de Ω_c en fonction de a , b , et g .
4. Calculer Ω_c pour $a = 2,0 \text{ cm}$, $b = 3,0 \text{ cm}$ et $g = 10 \text{ ms}^{-2}$. Commenter le résultat obtenu en utilisant les descriptions de l'expérience du document.

On suppose que le contact entre l'œuf et la table se fait sans frottement. Dans ce cas, lors du redressement de l'œuf, l'énergie doit être conservée. On fait tourner l'œuf en position horizontale, avec une vitesse angulaire initiale légèrement supérieure à la vitesse limite : $\Omega_0 = \Omega_c + \varepsilon$ (avec $\varepsilon \ll \Omega_c$). L'œuf se redresse et tourne alors avec une vitesse angulaire finale Ω_f que l'on peut écrire sous la forme $\Omega_f = \Omega_c + r\varepsilon$ (avec r un nombre sans dimension).

5. Exprimer les énergies mécaniques initiale E_{m_H} et finale E_{m_V} au premier ordre en ε .
6. En déduire, d'après les hypothèses, la valeur de r en fonction de a et de b . L'œuf a-t-il accéléré ou ralenti lors de son redressement? Que vaudrait r pour $a \approx b$? Commenter.
7. Exprimer les moments cinétiques L_H et L_V de l'œuf par rapport à l'axe Oz avant et après son redressement. Exprimer la variation de moment cinétique $\Delta L = L_V - L_H$ en fonction de Ω_c , m , a et b . L'œuf a-t-il gagné ou perdu du moment cinétique lors de son redressement?

8. Cette variation de moment cinétique signifie que, pendant le temps Δt du redressement, l'œuf a subi un couple \vec{C} . Montrer que la composante verticale de ce couple par rapport à l'axe Oz peut s'écrire :

$$C_z \approx \frac{2mg(a-b)}{\Omega_c \Delta t}$$

9. Le poids ou la réaction normale du support peuvent-ils être responsables d'un tel couple? Si non, d'où peut provenir ce couple? Y a-t-il une contradiction avec les hypothèses de l'énoncé?

On pourra trouver des vidéos de démonstration de ce phénomène sur internet, un exemple est donné ci-contre.

