

# Devoir maison n°8

À rendre le 10 mars 2025

Ce sujet porte sur le mouvement à force centrale et le moment cinétique. Le premier exercice porte sur le principe des ellipses de transfert, et le second exercice permet de s'entraîner sur l'application du théorème du moment cinétique. Il est composé de 2 page(s). L'intégralité du sujet est à traiter. L'entraide entre élèves est autorisée, la rédaction de la copie reste personnelle.

## Rappel :

- ▷ Comme pour tous les devoirs (DS, DM et lors des concours), les réponses doivent être **soulignées ou encadrées** dans une couleur autre que celle de rédaction (rouge par exemple).
- ▷ La numérotation des questions répondues doit clairement apparaître sur la copie.
- ▷ Un saut de ligne doit être clairement observé entre deux questions distinctes.

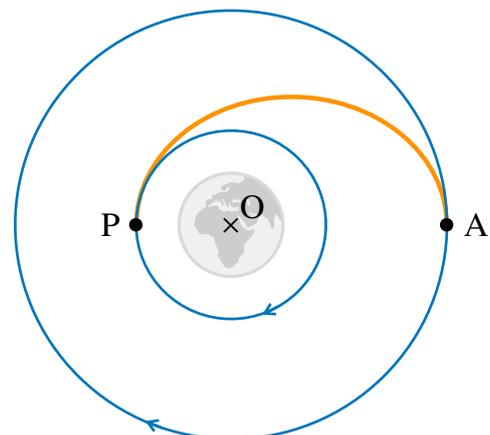
★   ★   ★

## EXERCICE 1 : Orbite de transfert

Le satellite EUTELSAT 8 West B d'une masse  $m = 5.8 \times 10^3$  kg a été lancé de Kourou en Guyane française, par une fusée Ariane 5, le 21 août 2015 afin d'être placé sur une orbite géostationnaire. La base de lancement de Kourou se situe à une latitude  $\lambda = 5.2^\circ$ . Le référentiel géocentrique ( $\mathcal{R}$ ) est supposé galiléen.

1. Exprimer la vitesse  $v_0$  puis l'énergie cinétique  $E_{c,0}$  du satellite dans ( $\mathcal{R}$ ) lorsqu'il se trouve sur la rampe de lancement juste avant le décollage.
2. Dans un premier temps, le satellite est mise en orbite circulaire basse de rayon  $R_T + h$  avec  $h = 6,0 \times 10^2$  km. Quelles sont alors la vitesse  $v$  et l'énergie cinétique  $E_c$  du satellite ?
3. Calculer alors l'énergie qu'il a fallu communiquer au satellite pour le mettre en orbite. Discuter du rôle de la latitude de la base de lancement.

Dans un deuxième temps, le satellite est transféré sur son orbite géostationnaire en suivant l'orbite elliptique dite de transfert. Un petit réacteur permet de modifier la vitesse du satellite lorsqu'il se trouve en A et P.

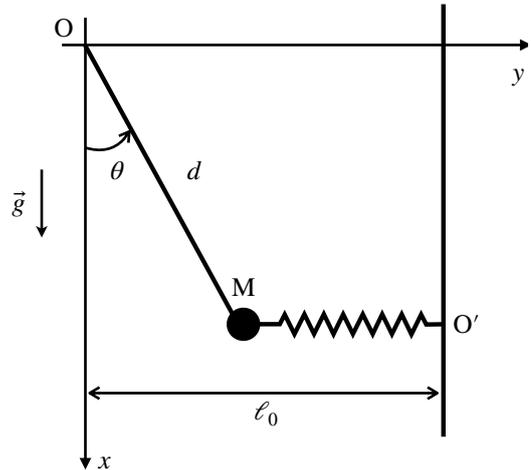


4. Calculer le rayon  $R_g$  de l'orbite du satellite géostationnaire et justifier sa localisation dans le plan équatorial de la Terre.
5. Déterminer le demi-grand axe  $a$  de l'ellipse de transfert. En déduire une expression de l'énergie mécanique du satellite sur cette orbite elliptique.

6. En déduire la vitesse  $v_P - v$  que doit communiquer le moteur au satellite en P, avec  $v_P$  vitesse en P sur l'orbite de transfert.
7. Calculer alors la vitesse du satellite lorsqu'il arrive en A, puis la vitesse au même point après modification par le moteur.
8. Calculer la durée du transfert de P à A.

## EXERCICE 2 : Pendule et ressort

On considère un pendule constitué d'une tige de masse négligeable, de longueur  $d$  et d'un point matériel  $M$  de masse  $m$ . La liaison en  $O'$  est parfaitement coulissante de sorte que le ressort est constamment horizontal. Le ressort est idéal de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ . On néglige tout frottement.



1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur le point M. Les exprimer en fonction de  $\theta$  et des vecteurs de la base polaire.

2. À l'aide du théorème du moment cinétique, montrer que l'équation du mouvement s'écrit :

$$\ddot{\theta} + \sin\theta (\omega_1^2 \cos\theta + \omega_2^2) = 0$$

et préciser les expressions des constantes  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

3. Multiplier par  $md^2\dot{\theta}$  l'équation du mouvement et intégrer par rapport au temps. Interpréter l'équation obtenue comme la conservation d'une quantité physique à préciser et montrer que l'énergie potentielle du système peut s'écrire sous la forme :

$$E_p(\theta) = md^2 \left( \frac{\omega_1^2}{2} \sin^2 \theta - \omega_2^2 \cos \theta \right)$$

Une possible suite de l'étude du système est détaillé dans l'exercice 10 de la fiche de révision "Lois de bases de la mécanique". Pour celles et ceux qui n'ont pas eu l'occasion de le chercher, vous pouvez y jeter un coup d'œil.