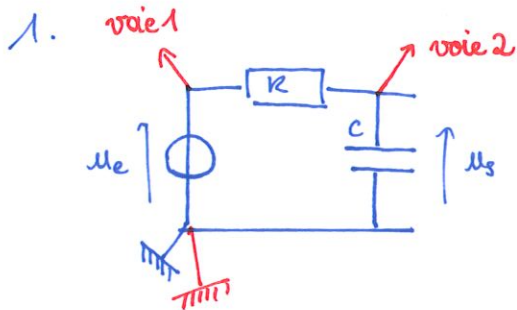


Correction DM6

1. Généralités



Le messe du circuit est déjà imposée par le GBF.

Il est tout de même possible de visualiser à l'oscilloscope $u_e(t)$ et $u_s(t)$ simultanément en prenant soin de placer la masse de l'oscilloscope confondue avec celle du GBF

(Pas besoin de transformateur d'isolement)

2. En se plaçant en RBF et en appliquant un pont diviseur de tension:

$$\underline{u_s} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} \underline{u_e}$$

$$\text{Donc } H(j\omega) = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

en introduisant $\omega_0 = \frac{1}{RC}$:

$$\underline{H(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

Il s'agit d'un filtre passe-bas ($H(j\omega) \rightarrow 1$ pour $\omega \ll \omega_0$
 $H(j\omega) \rightarrow 0$ pour $\omega \gg \omega_0$)

3. Si $\omega \gg \omega_0$, alors $1 + j\frac{\omega}{\omega_0} \approx j\frac{\omega}{\omega_0}$

$$\text{et } \underline{H(j\omega)} \approx \frac{1}{j\omega/\omega_0} = \underline{\frac{\omega_0}{j\omega}}$$

Comme $\underline{H(j\omega)} \propto \frac{1}{j\omega}$, le filtre se comporte comme un intégrateur à hautes fréquences.

4. Comme $\omega_0 = 2\pi\nu_0 = \frac{1}{RC}$

Il suffit ici de déterminer ν_0 pour remonter à C .

Déterminer graphiquement ν_0 :

→ soit faire l'intersection des tangentes BF et HF : elles se coupent en $\nu = \nu_0$.

→ soit déterminer ν tel que $G_{dB} = G_{dB}^{max} - 3 \text{ dB}$
(ici $G_{dB}^{max} = 0$)

car ν_0 est la fréquence de coupure du filtre

→ soit déterminer ν tel que la phase soit égal à $-\frac{\pi}{4}$ (ou -45°)

On lit $\nu_0 = 800 \text{ Hz}$

Or $C = \frac{1}{2\pi\nu_0 R}$

Donc AN: $C = \frac{1}{2 \times \pi \times 800 \times 1.10^3} \approx 2,0 \times 10^{-7} \text{ F} = \underline{200 \text{ nF}}$

5. Sur le diagramme de Bode, on lit $G_{dB}(100 \text{ Hz}) = 0 \Leftrightarrow H(100 \text{ Hz}) = 1$
 $\varphi(100 \text{ Hz}) = -7^\circ$

Comme $u_e(t) = E \cos(\omega t)$

alors $u_s(t) = H(100 \text{ Hz}) \times E \cos(\omega t + \varphi(100 \text{ Hz}))$
 $= \underline{E \cos(\omega t + \phi)}$ où $\phi = -7^\circ$

6. Sur le diagramme de Bode, on lit $G_{dB}(8 \text{ kHz}) = -20 \text{ dB}$
donc comme $G_{dB} = 20 \log(H) \Rightarrow H(8 \text{ kHz}) = \frac{1}{10}$

On lit également $\varphi(8 \text{ kHz}) = -84^\circ$

alors $u_s(t) = H(8 \text{ kHz}) E \cos(\omega t + \varphi(8 \text{ kHz}))$
 $= \underline{\frac{E}{10} \cos(\omega t + \phi)}$ où $\phi = -84^\circ$

si $E = 5 \text{ V}$

alors $U_s = \frac{E}{10} = 0,5 \text{ V}$

7. Comme $\nu = 8 \text{ kHz}$ est dix fois supérieur à 800 Hz (ν_0), on peut considérer que $\omega \gg \omega_0$ pour toute fréquence supérieure à 8 kHz .

Alors on pourra utiliser la forme asymptotique $H(j\omega) = \frac{\omega_0}{j\omega}$
(on travaille alors dans la zone intégratrice du filtre).

2. Approche fréquentielle

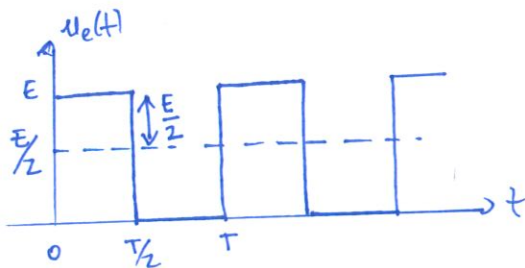
8. Le signal $u_e(t)$ est un créneau centré autour de $\frac{E}{2}$ et d'amplitude $\frac{E}{2}$

En utilisant le formulaire, cela s'écrit :

$$u_e(t) = \frac{E}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\left(\frac{2\pi k t}{T}\right)$$

↑
composante continue
(valeur moyenne)

où $b_k = 0$ si k pair
 $= \frac{4}{\pi k} \left(\frac{E}{2}\right)$ si k impair
 ↑
 amplitude $\frac{E}{2}$



9. Écrivons les premiers termes de la décomposition :

$$u_e(t) = \underbrace{\frac{E}{2}}_{\text{composante continue}} + \underbrace{\frac{4E}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)}_{\text{ordre 1 (de fréq. } \nu)} + \underbrace{0 \sin\left(\frac{2\pi \times 2}{T} t\right)}_{\text{ordre 2 (de fréq. } 2\nu)} + \underbrace{\frac{4E}{2\pi \times 3} \sin\left(\frac{2\pi \times 3}{T} t\right)}_{\text{ordre 3 (de fréq. } 3\nu)}$$

$$+ \underbrace{0 \sin\left(\frac{2\pi \times 4}{T} t\right)}_{\text{ordre 4 (de fréq. } 4\nu)} + \underbrace{\frac{4E}{2\pi \times 5} \sin\left(\frac{2\pi \times 5}{T} t\right)}_{\text{ordre 5 (de fréq. } 5\nu)} + \underbrace{0 \sin\left(\frac{2\pi \times 6}{T} t\right)}_{\text{ordre 6 (de fréq. } 6\nu)} + \dots$$

Les amplitudes des premières harmoniques sont :

$$\text{rang } 0 : \frac{E}{2}$$

$$\text{rang } 4 : 0$$

$$\text{rang } 1 : \frac{2}{\pi} E \approx 0,64 E$$

$$\text{rang } 5 : \frac{2}{5\pi} E \approx 0,13 E$$

$$\text{rang } 2 : 0$$

$$\text{rang } 6 : 0$$

$$\text{rang } 3 : \frac{2}{3\pi} E \approx 0,21 E$$

10. Comme $\nu = 8 \text{ kHz}$, toutes les harmoniques peuvent être considérées dans la zone où filtre agit comme intégrateur.

(Seule la composante continue est dans la zone passante, avec $H(0) = 1$)

Ainsi, pour toutes les harmoniques, on utilisera la fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\omega_0}{j\omega} \quad \text{donc de module } |\underline{H}(j\omega)| = H(\omega) = \frac{\omega_0}{\omega}$$

Ainsi :

	$u_e(t)$	$u_s(t)$
rang 0	$\frac{E}{2}$	$H(0) \times \frac{E}{2} = \frac{E}{2}$
rang 1 (ω)	$\frac{2E}{\pi}$	$H(\omega) \cdot \frac{2E}{\pi} = \frac{\omega_0}{\omega} \times \frac{2E}{\pi}$
rang 2 (2ω)	0	$H(2\omega) \cdot 0 = 0$
rang 3 (3ω)	$\frac{2E}{3\pi}$	$H(3\omega) \cdot \frac{2E}{3\pi} = \frac{\omega_0}{3\omega} \cdot \frac{2E}{3\pi}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
rang k ($k\omega$) (k pair)	0	$H(k\omega) \cdot 0 = 0$
rang k ($k\omega$) (k impair)	$\frac{2E}{\pi k}$	$H(k\omega) \cdot \frac{2E}{\pi k} = \frac{\omega_0}{k\omega} \cdot \frac{2E}{\pi k} = \frac{2E\omega_0}{\pi k^2\omega} = \frac{2E \cdot \frac{1}{T}}{\pi k^2 \cdot \frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{\pi k^2} \cdot \frac{E}{\pi k^2}$

$$\begin{aligned} \text{Ainsi } u_s(t) &= \frac{E}{2} + \sum_{k \text{ impair}} \frac{T}{\pi k^2} \frac{E}{\pi k^2} \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \frac{E}{2} + \sum_{k \text{ impair}} -\frac{T}{\pi k^2} \frac{E}{\pi k^2} \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) \end{aligned}$$

$\swarrow \text{Arg}\left(\frac{\omega_0}{j\omega}\right) = -\frac{\pi}{2}$

11. On reconnaît la décomposition en série de Fourier d'un signal triangle.

$$u_s(t) = \frac{E}{2} + \sum_{k \text{ impair}} -\left(\frac{T}{\tau} \frac{E}{8}\right) \times \frac{8}{\pi^2 k^2} \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right)$$

↑
offset (valeur moyenne)
↑
amplitude du signal

Le signal triangle varie entre $\underbrace{\frac{E}{2} - \frac{TE}{8\tau}}_{U(\min)}$ et $\underbrace{\frac{E}{2} + \frac{TE}{8\tau}}_{U(\max)}$

12. Calculons $\frac{T}{8\tau} = \frac{1/V}{8 \times 1/\omega_0} = \frac{2\pi V_0}{8V} = \frac{2\pi 800}{8 \times 8 \cdot 10^3} \approx 0,08$

Donc le triangle varie autour de la valeur moyenne $\frac{E}{2}$, avec une amplitude $\pm 0,08E$

13. On a bien un signal intégré en sortie (à condition de ne pas prendre en compte les valeurs moyennes).

Sans les moyennes, on a bien $v_s(t) = \frac{1}{\tau} \int v_e(t) dt$

Sur une demi-période $(\frac{T}{2})$, le signal triangle a une pente $p = \pm \frac{\Delta u_s}{T/2}$

où $\Delta u_s = \frac{TE}{8\tau} - \left(-\frac{TE}{8\tau}\right) = \frac{TE}{4\tau}$ ainsi la pente du signal triangle est $p = \pm \frac{E}{2\tau}$

On retrouve bien les valeurs de $u_e(t)$ sans sa composante continue, multipliée par τ , soit $\pm \frac{E}{2}$.

Annexe :

Nom :

Prénom :

Diagramme de Bode en gain

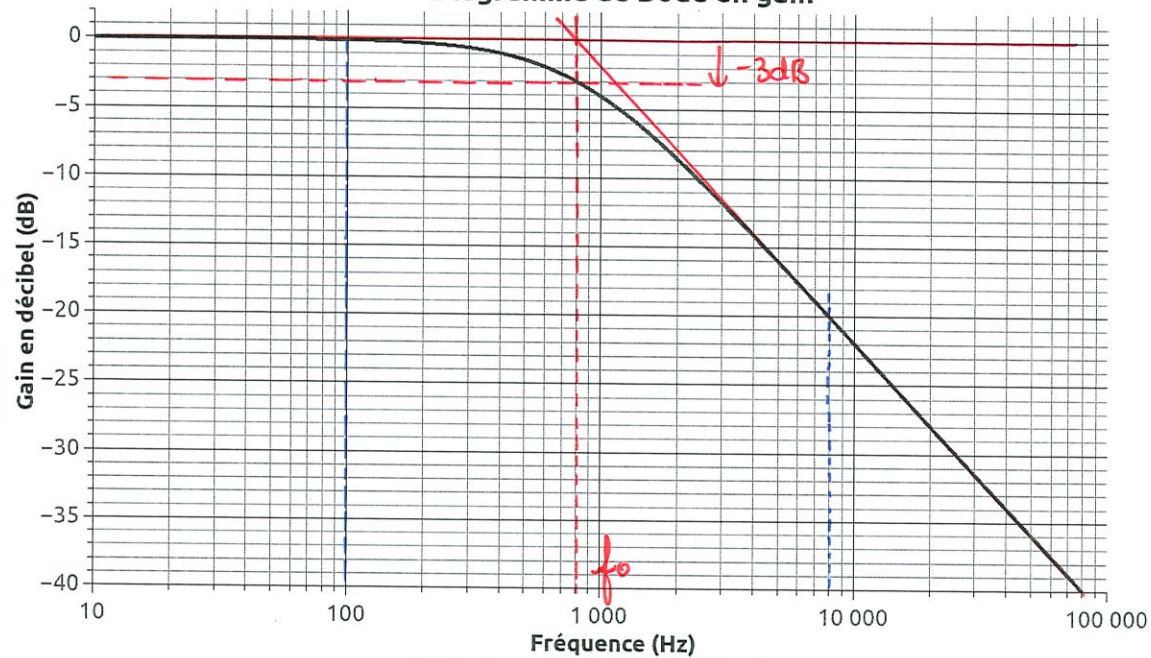
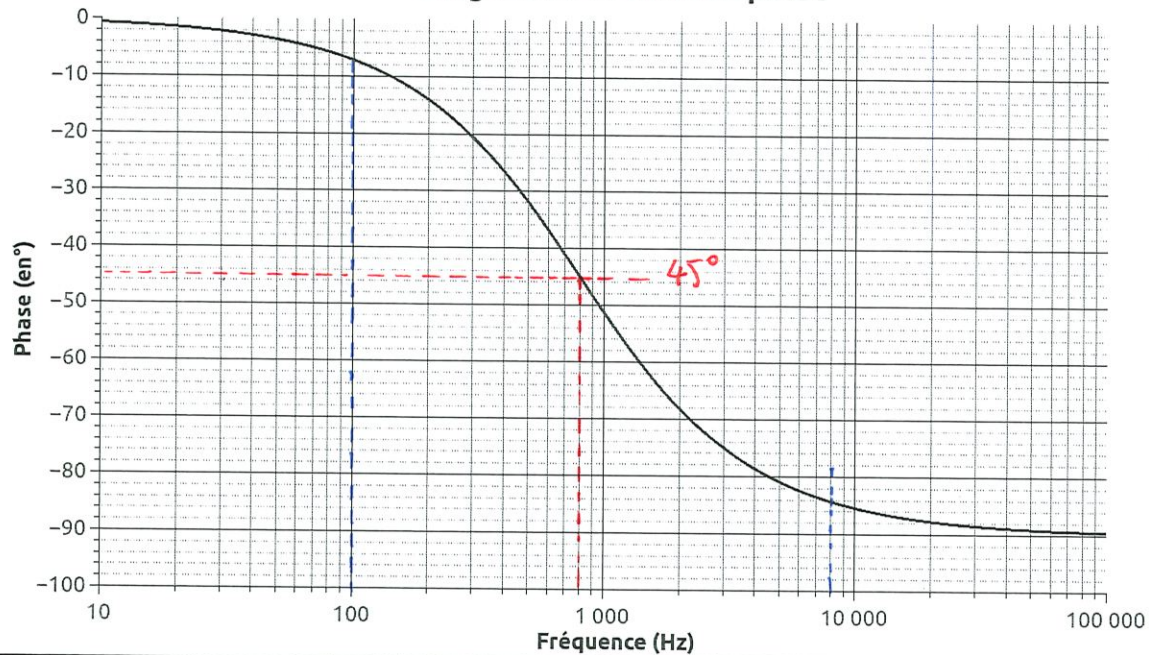
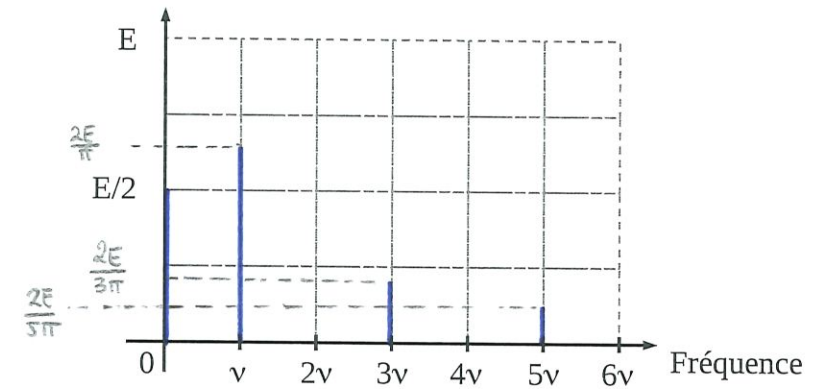


Diagramme de Bode en phase



Partie B, question 9 : Spectre du signal d'entrée



Partie B, question 12 : Spectre du signal d'entrée

