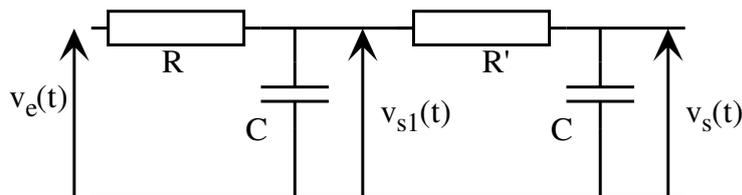


# TD14 – Filtrage linéaire

## EXERCICE 1 : Cellules RC en cascades (★★)

- Rappeler la structure d'un filtre passe-bas constitué d'un résistor et d'un condensateur. Établir sa fonction de transfert.



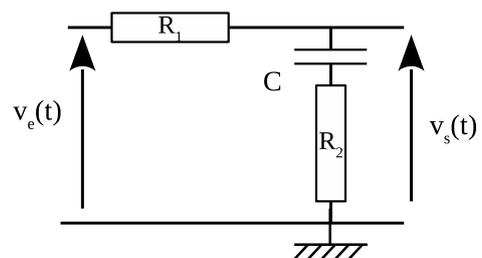
- On charge ce filtre par un deuxième filtre passe-bas constitué d'un résistor  $R'$  et d'un condensateur  $C$ .
- À quelle condition sur  $R'$  et  $R$  peut-on considérer que le deuxième filtre ne charge pas le premier<sup>1</sup>? Quelle est alors la fonction de transfert de l'ensemble?
  - On considère maintenant que  $R = R'$  (et que la condition précédente n'est donc plus vérifiée). Quelle est la fonction de transfert de ce filtre? On pourra poser  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  avec  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ . De quel ordre est-il?
  - Tracer le diagramme de Bode de ce filtre sur la figure en annexe en choisissant  $\omega_0 = 600 \text{ rad.s}^{-1}$ . Exprimer la pulsation et la fréquence de coupure de ce filtre en fonction de  $RC$ .

## EXERCICE 2 : Atténuateur d'aigus ou de basses (\*/★★)

On considère le montage de la figure ci-contre où les résistances sont telles que  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  et  $R_2 \ll R_1$ .

- Déterminer la fonction de transfert de ce filtre en boucle ouverte.
- Donner l'allure du diagramme de Bode asymptotique. On introduira deux pulsation caractéristiques :

$$\omega_H = \frac{1}{R_2 C} \quad \text{et} \quad \omega_B = \frac{1}{(R_1 + R_2) C}$$



- À partir du diagramme de Bode donné en annexe, déterminer les valeurs de  $R_2$  et de  $C$ . On pourra par exemple exploiter la courbe de phase, et déterminer l'expression de la phase pour  $\omega_H$  et  $\omega_B$ .
- (★★) En utilisant les mêmes résistances mais une bobine d'inductance  $L$  au lieu du condensateur, peut-on imaginer un filtre complémentaire au précédent, c'est-à-dire permettant d'atténuer, avec le même facteur, les basses fréquences complémentaires, tout en gardant intact les hautes fréquences? Déterminer la valeur de  $L$  nécessaire. Est-ce réalisable?
- (★★) Reprendre la question si on utilise un condensateur au lieu de la bobine.

1. La justification de cette condition est (★★★).

### EXERCICE 3 : Action d'un filtre passe-bas (★)

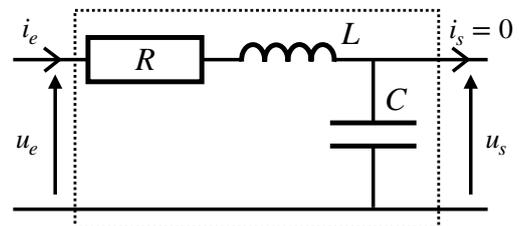
On considère un filtre passe-bas du premier ordre dont la fréquence de coupure est 100 Hz. Donner l'allure du signal recueilli en sortie du filtre si on envoie en entrée :

1. une sinusoïde d'amplitude 4V centrée autour de 1V et de fréquence 2kHz.
2. une sinusoïde d'amplitude 4V centrée autour de 0V et de fréquence 2kHz.
3. un créneau d'amplitude 4V centré autour de 1V et de fréquence 2kHz.
4. un créneau d'amplitude 4V centré autour de 0V et de fréquence 2kHz.
5. un créneau d'amplitude 4V centré autour de 1V et de fréquence 75 Hz.
6. un créneau d'amplitude 4V centré autour de 0V et de fréquence 75 Hz.

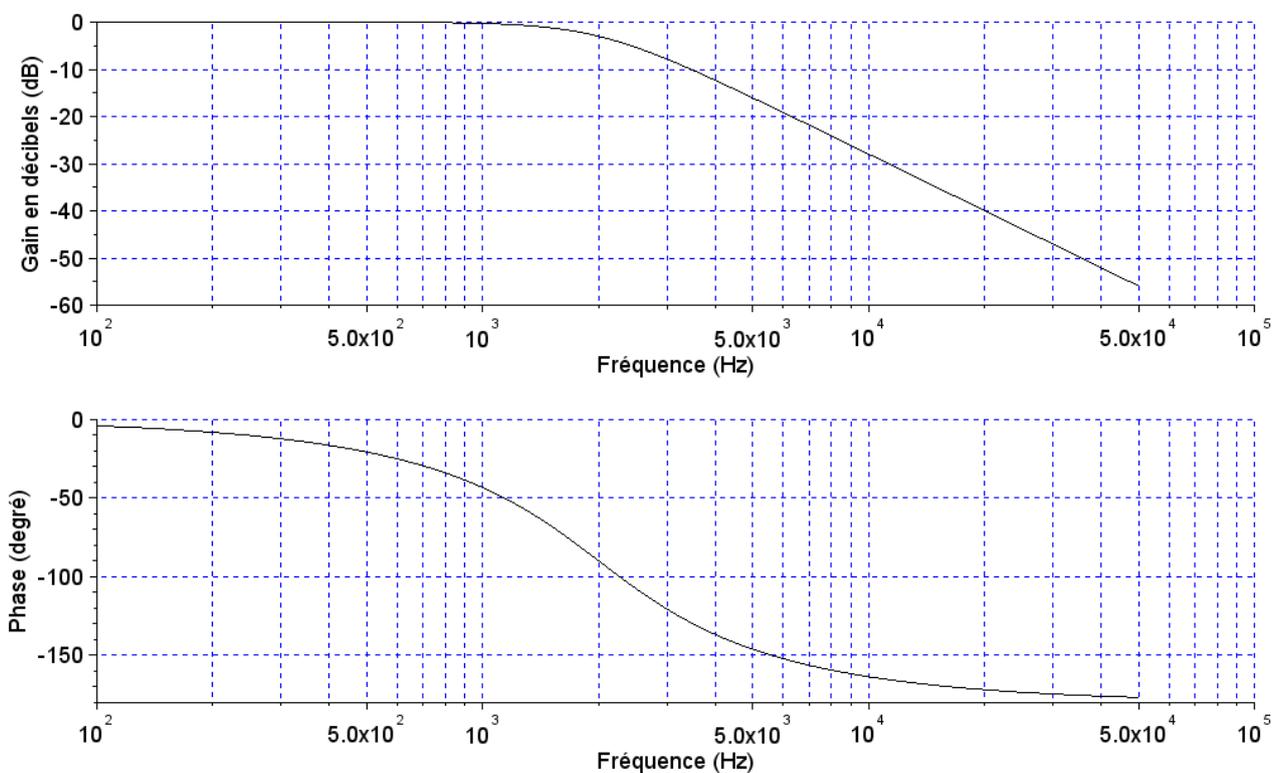
### EXERCICE 4 : Étude d'un filtre d'ordre 2 (★)

On étudie le circuit linéaire représenté ci-dessous, soumis à une tension d'entrée sinusoïdale  $u_e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi)$ .

1. Prévoir sans calcul la nature de ce filtre.
2. Établir sa fonction de transfert et l'écrire sous forme canonique. On introduira pour cela une pulsation propre  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et un facteur de qualité  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ .



3. En utilisant les résultats des questions précédentes, donner l'équation différentielle vérifiée par le signal  $u_s(t)$ .
4. Exprimer le gain en fonction de  $\omega$ ,  $\omega_0$  et  $Q$ .
5. Le diagramme de Bode du filtre est représenté ci-dessous. Justifier l'allure des asymptotes de  $G_{dB}$  aux basses et hautes fréquences.



6. Déduire du diagramme la valeur de  $\omega_0$ .

7. Ce circuit peut-il être utilisé en intégrateur? en dérivateur?
8. En utilisant la valeur numérique  $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , réécrire le gain du filtre puis déterminer sa bande passante.

Dans les questions qui suivent, le diagramme de Bode du filtre sera assimilé au diagramme de Bode asymptotique pour simplifier le raisonnement.

9. Le signal d'entrée est sinusoïdal, de fréquence  $f = 5.0 \times 10^2$  Hz. Représenter, en justifiant, l'allure des signaux en entrée et en sortie du filtre.
10. Reprendre la question précédente si le signal d'entrée est un signal créneau de fréquence  $f = 50$  Hz, pair, de valeur basse 0 et de valeur haute  $a$  dont on donne la décomposition en série de Fourier :

$$u_e(t) = \frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1} \cos((2p+1)2\pi f t)$$

11. Quel est l'avantage de ce filtre par rapport à un filtre passe-bas du premier ordre?

### EXERCICE 5 : Caractéristiques d'un filtre inconnu (★)

Le diagramme de Bode en gain d'un filtre passe-bande d'ordre 2 est donné en annexe. À partir du graphe, déterminer :

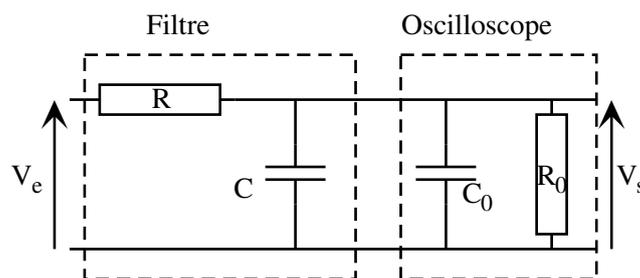
- ▷ les pentes des asymptotes, que l'on représentera.
- ▷ la fréquence propre  $f_0$ , la pulsation  $\omega_0$ , le facteur de qualité et le gain maximum  $H_0$ .

### EXERCICE 6 : Étude expérimentale d'un filtre (★/★★)

On souhaite effectuer l'étude expérimentale d'un filtre passe-bas du premier ordre RC.

1. Calculer la pulsation de coupure du filtre si l'on utilise une résistance  $R = 680$  k $\Omega$  et un condensateur  $C = 47$  pF.

Lors de l'étude expérimentale, on mesure la tension d'entrée et la tension de sortie du filtre à l'oscilloscope, relié au circuit par un câble coaxial. On s'aperçoit que les valeurs mesurées ne correspondent pas aux résultats théoriques. L'oscilloscope a une impédance d'entrée constituée d'un condensateur ( $C_0 = 30$  pF) en parallèle sur une résistance ( $R_0 = 1$  M $\Omega$ ).

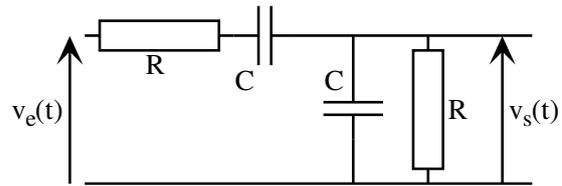


2. Calculer la nouvelle fonction de transfert  $H_1(j\omega)$ . Est-ce que la nature du filtre est changée?
3. Dédire du calcul précédent la nouvelle pulsation de coupure à  $-3$  dB, le gain  $G_c$  en dB pour cette pulsation de coupure et le gain  $G_0$  en continu. Faire l'application numérique.
4. (★★) L'expérience donne  $G_c = -10,2$  dB et  $G_0 = -4,5$  dB. Cela colle-t-il avec les résultats de la question précédente? Pour expliquer le résultat expérimental, on modélise le câble par un condensateur en parallèle sur l'entrée de l'oscilloscope. Calculer la valeur de la capacité du condensateur équivalent au câble.

## EXERCICE 7 : Filtre de Wien (★)

On considère le circuit ci-contre.

- Établir la fonction de transfert de ce quadripôle. On pourra poser  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  avec  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ .



- Exprimer cette fonction de transfert sous la forme canonique :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

en définissant les grandeurs introduites. Quel type de filtre réalise ce quadripôle?

- Déterminer l'expression du gain en décibel dans la limite des basses fréquences et des hautes fréquences. Déterminer la valeur du gain pour  $x = 1$ .
- Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain sur l'annexe dédiée, en choisissant pour fréquence propre  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1 \text{ kHz}$ .

## EXERCICE 8 : Conception d'un filtre (★★★)

On souhaite nettoyer l'enregistrement d'une conversation, rendu difficilement audible par des bruits divers. On considère que le spectre de l'audition humaine s'étend de 20 Hz à 20 kHz, tandis que celui de la voix couvre un intervalle allant de 100 Hz à 2 kHz.

- Tracer le gabarit d'un filtre permettant de conserver l'atténuation du signal inférieure à 10 dB pour la voix humaine tout en réduisant, à la limite du spectre audible, le niveau du signal de 40 dB.
- Quel type de filtre choisir? Que doit valoir la fréquence propre  $f_0$  pour centrer la bande passante conformément au gabarit?
- Faut-il choisir un facteur de qualité faible ou élevé? Déterminer la valeur à donner à  $Q$  pour ajuster la bande passante à  $-3 \text{ dB}$  de ce filtre au spectre de la voix humaine.
- Quelles devraient être les pentes des asymptotes à hautes et basses fréquences pour respecter le cahier des charges traduit par le gabarit? Peut-on y répondre avec un simple circuit RLC?
- On dispose de plusieurs filtres RLC identiques. Comment faut-il procéder pour obtenir un filtre conforme au gabarit? Quel sera alors l'ordre de ce filtre?