Devoir maison nº5

À rendre le **10 janvier 2025**

Ce sujet porte sur l'étude d'ondes progressives et stationnaires. Il est composé de 2 page(s). L'intégralité du sujet est à traiter. L'entraide entre élèves est autorisée, la rédaction de la copie reste personnelle.

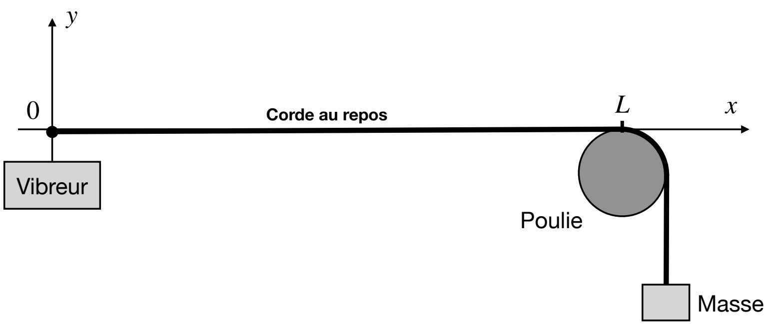
Rappel :

- ▷ Comme pour tous les devoirs (DS, DM et lors des concours), les réponses doivent être **soulignées ou encadrées** dans une couleur autre que celle de rédaction (rouge par exemple).
- ▷ La numérotation des questions répondues doit clairement apparaître sur la copie.
- ▷ Un saut de ligne doit être clairement observé entre deux questions distinctes.

⋆ ⋆ ⋆

EXERCICE 1 : Corde de Melde

Une corde de Melde consiste en une corde dont l'une des extrémités est attachée à un vibreur alors que l'autre extrémité est liée à une masse m par un système de poulie. Les points de la corde au niveau du vibreur et la poulie sont supposés fixes. La distance entre le vibreur et la poulie est L. La corde est considérée comme étant homogène, inextensible et sans raideur. On notera c la vitesse des ondes sur la corde.



Initialement, la corde est horizontale et au repos. Pour certaines fréquences particulières d'oscillation du vibreur, une élongation y apparaît sur la corde sous la forme d'une onde stationnaire.

1. Représenter graphiquement à un instant donné les trois premiers modes propres pouvant exister sur la corde.

2. À partir des représentations graphiques, proposer une relation liant la longueur d'onde λ_n du mode propre n et la longueur L de la corde.

3. En déduire l'expression des fréquences f_n des modes propres en fonction de c et L.

L'élongation y associée à une onde stationnaire sur la corde s'écrit sous la forme :

$$y(x,t) = A\cos(\omega t + \varphi)\cos(kx + \psi)$$

avec $\omega = kc$.

4. Que peut-on dire de l'élongation y au point $x = 0$ et $x = L$ à chaque instant ?
5. Montrer que $\psi = \pm\frac{\pi}{2}$. On prendra par la suite $\psi = -\frac{\pi}{2}$.
6. Montrer que la longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$ ne peut prendre qu'une série de valeurs discrètes λ_n que l'on exprimera en fonction de L et d'un entier positif n.
7. En déduire que ω ne peut prendre qu'une série de valeurs discrètes ω_n, dites pulsations propres. Exprimer ω_n en fonction de n, L, c.

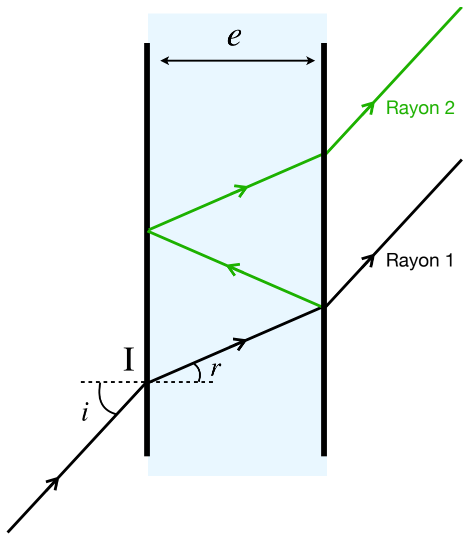
À chaque valeur de ω_n, correspond un mode propre. Le mode $n = 1$ est appelé mode fondamental. Les modes correspondant à n supérieurs à 1 sont les harmoniques.

8. Donner l'expression de l'élongation $y_n(x,t)$ décrivant l'allure de la corde associée au mode d'indice n, en fonction de son amplitude A_n, de sa phase φ_n, de la pulsation ω_1 du fondamental, ainsi que de x, L, n, t.
9. Donner les positions des ventres et des nœuds de vibration dans le mode de rang n. Combien de nœuds et de ventres comporte ce mode de vibration ?

Exercice 2 : Interférences pour une lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles est constituée de deux dioptres plans parallèles délimitant un milieu d'indice n. On considère une lame d'épaisseur e plongée dans l'air ($n_{\text{air}} = 1$).

Un rayon lumineux monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 arrive sur le premier dioptre au point d'incidence I avec un angle i. Au sein de la lame, il existe une infinité de rayons émergents provenant de réflexions successives à l'intérieur de la lame. En effet, le rayon peut émerger de la lame après N réflexions, N pair.



1. Sur le schéma, combien de réflexions internes N ont subi les rayons 1 et 2 ?
2. Faire le schéma du rayon émergent pour le cas où $N = 4$.
3. Déterminer la différence de chemin optique δ entre deux rayons émergents consécutifs (l'un après N réflexions et l'autre après $N+2$ réflexions) à la sortie de la lame. On exprimera δ en fonction de e, n et r. Quel est le retard τ associé ? Quel est le déphasage entre ces deux rayons ?
4. Déterminer les longueurs d'onde pour lesquelles on observe des interférences constructives. Même question avec des interférences destructives.