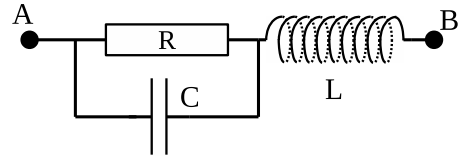


TD13 – Régime sinusoïdal forcé

EXERCICE 1 : Impédance équivalente (★)

Déterminer l'impédance équivalente du dipôle AB ci-contre. Étudier les limites à hautes et basses fréquences en lien avec le schéma électrique.



EXERCICE 2 : Modèle équivalent (★)

Un condensateur réel peut être modélisé par l'association en parallèle d'un condensateur parfait C_p et d'un résistor R_p .

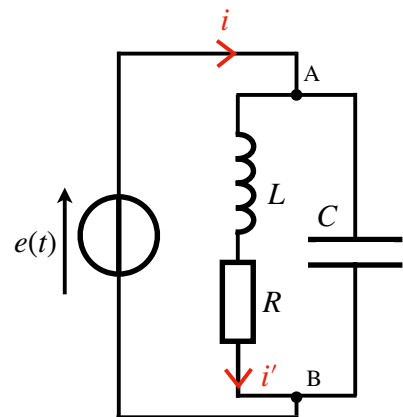
1. Établir l'expression de l'impédance équivalente Z_{eq} du condensateur réel en fonction de R_p , C_p et ω .
2. Montrer que ce condensateur réel est équivalent à l'association en série d'un condensateur C_s et d'un résistor R_s . Établir les expressions de C_s et de R_s en fonction de R_p , C_p et ω .
3. En considérant $R_p C_p \omega \gg 1$, établir les expressions simplifiées de R_p et C_p en fonction de R_s , C_s et ω .
4. Application numérique : calculer la capacité parallèle et la résistance parallèle équivalentes d'un condensateur de capacité série de $1 \mu\text{F}$ et de résistance série $2,5 \times 10^{-2} \Omega$ à 1 kHz .

EXERCICE 3 : Anti-résonance (★)

On s'intéresse au circuit ci-contre, alimenté par une source de tension alternative de fem $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. La bobine idéale a une inductance $L = 10 \text{ mH}$, le conducteur ohmique une résistance $R = 10 \Omega$ et le condensateur une capacité $C = 1,0 \text{ nF}$.

On pourra utiliser l'approximation suivante :

$$\sqrt{1+\epsilon} \approx 1 + \frac{1}{2}\epsilon - \frac{1}{8}\epsilon^2 \quad \text{si } \epsilon \ll 1$$



1. Questions préliminaire (★)

- a) Dans le cas du circuit **RLC série**, quelle est l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z}$ du dipôle constitué par l'association de ces trois éléments? Quelle est l'expression du module $Z(\omega)$ de cette impédance complexe?
- b) À quelle condition sur $Z(\omega)$ a-t-on résonance en intensité dans le circuit série? Pour quelle valeur ω_0 de la pulsation ce phénomène se produit-il?
- c) Que peut-on dire du déphasage de l'intensité dans le circuit par rapport à la tension aux bornes du générateur à la résonance?

2. Étude du circuit anti-résonant (★★)

a) Calculer l'impédance complexe du dipôle AB et en déduire que

$$Z^2(\omega) = \frac{R^2 + L^2\omega^2}{(1 - LC\omega^2)^2 + R^2C^2\omega^2}$$

Une dérivation non demandée montre que $Z(\omega)$ passe par un extremum pour une pulsation ω'_0 qui vérifie

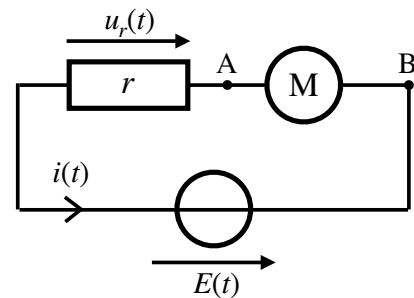
$$\omega_0'^2 = \omega_0^2 \left[\sqrt{1 + \frac{2R^2C}{L}} - \frac{R^2C}{L} \right]$$

- b) Vérifier que $\frac{R^2C}{L} \ll 1$ puis montrer que $\omega'_0 \approx \omega_0(1 - f(R, L, C))$ où ω_0 représente la pulsation de résonance du circuit RLC série établie précédemment et $f(R, L, C)$ une fonction de R , L et C dont on précisera l'expression.
- c) Calculer numériquement $f(R, L, C)$ pour le circuit étudié ainsi que ω_0 .
- d) On suppose que $\omega'_0 \approx \omega_0$. Donner les limites de $Z(\omega)$ en 0 et l'infini. Donner l'allure des variations de cette fonction en montrant que $Z(\omega'_0) = Z_m \approx \frac{L}{RC}$. Justifier qu'on parle d'anti-résonance dans ce cas.

EXERCICE 4 : Étude expérimentale d'un moteur (★★)

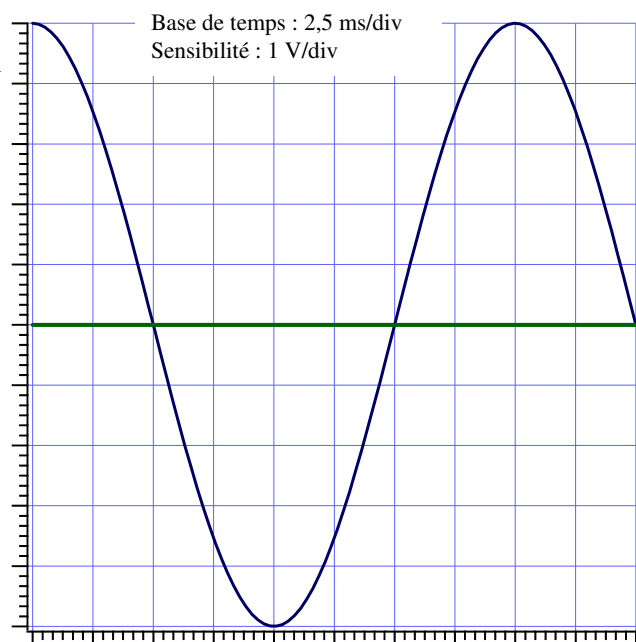
Dans cet exercice on étudie un moteur M dont le comportement électrique vis-à-vis des circuits extérieurs sera toujours supposé pouvoir être modélisé comme équivalent à celui d'une résistance $R = 9,6\Omega$ en série avec un inductance pure $L = 45\text{mH}$.

On étudie expérimentalement le montage de la figure ci-contre utilisant un générateur de tension sinusoïdale $E(t) = E\cos(\omega t)$ d'amplitude $E = 5\text{V}$ et de fréquence $\nu = 50\text{Hz}$. La résistance r , branchée en série avec le moteur M, a une valeur $r = 15\Omega$.



On note $u_r(t) = U\cos(\omega t + \varphi)$ la tension aux bornes de r en régime permanent.

1. Déterminer numériquement les valeurs de U (en volts) et de φ (en degrés).
2. La tension $u_r(t)$ est-elle en retard ou en avance sur $E(t)$?
3. On désire observer sur un oscilloscope les tensions $E(t)$ (voie 1) et $u_r(t)$ (voie 2). Représenter sur un schéma électrique les branchements de l'oscilloscope.
4. Représenter sur la reproduction de l'écran la tension $u_r(t)$ observée en voie 2.



EXERCICE 5 : Résonance d'un circuit RLC parallèle (★)

On considère un circuit où une résistance (R), une bobine (L) et un condensateur (C) sont branchés en parallèles d'un générateur en régime sinusoïdal forcé (f.e.m. $e(t) = E \cos(\omega t)$.)

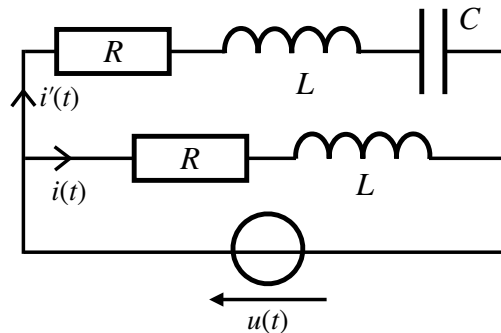
1. Quelle est l'admittance $\underline{Y}$ associée à la mise en parallèle de R, L et C ? On rappelle que l'admittance est l'inverse de l'impédance.
2. Mettre $\underline{Y}$ sous la forme canonique en l'exprimant uniquement en fonction de R, Q (facteur de qualité) et x (pulsation réduite telle que $x = \omega/\omega_0$) avec :

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

3. En déduire l'impédance complexe $\underline{Z}$ en fonction des mêmes variables réduites. Etudier les variations du module de $\underline{Z}$ en fonction de la fréquence. On montrera la présence d'un maximum que l'on précisera. Trouver les deux valeurs x_1 et x_2 pour lesquelles $|\underline{Z}| = \frac{|\underline{Z}|_{\max}}{\sqrt{2}}$
4. Montrer ensuite que $|x_1 - x_2| = \frac{1}{Q}$. À la fréquence de résonance, quelle est l'impédance équivalente du circuit RLC parallèle?
5. Que se passe-t-il loin de la fréquence de résonance (BF et HF)? Peut-on retrouver ces résultats sans passer par l'étude complète de l'impédance?

EXERCICE 6 : Étude d'un circuit (★)

Un générateur idéal de tension de f.e.m. sinusoïdale $u(t) = U \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ alimente le circuit suivant.



On cherche à exprimer les intensités instantanées $i(t)$ et $i'(t)$ sous la forme :

$$i(t) = I \cos(\omega t + \phi) \quad i'(t) = I' \cos(\omega t + \phi')$$

1. Définir les complexes $\underline{u}(t)$, $\underline{i}(t)$ et $\underline{i}'(t)$ associés aux grandeurs $u(t)$, $i(t)$ et $i'(t)$. On notera $\underline{U}$, $\underline{I}$ et $\underline{I}'$ les amplitudes complexes.
2. Exprimer l'amplitude complexe $\underline{I}$ en fonction de $\underline{U}$, L , R et ω . En déduire les expressions de I et ϕ . Préciser le domaine d'appartenance de la phase ϕ .
3. Exprimer l'amplitude complexe $\underline{I}'$ en fonction de $\underline{U}$, L , R , C et ω . En déduire les expressions de I' et ϕ' . Préciser le domaine d'appartenance de la phase ϕ' .
4. (★★) Soit ψ et ψ' les déphasages de i et i' par rapport à u . Quelle condition doivent satisfaire L , C et ω pour que $\psi = -\psi'$?
5. (★★) Quelle condition doivent satisfaire R , L , C et ω pour que le déphasage entre i et i' soit de $\pi/2$?

6. (★★) Les deux conditions précédentes étant satisfaites simultanément, quelles sont les intensités I et I' et les phases à l'origine ϕ et ϕ' des intensités $i(t)$ et $i'(t)$. On exprimera I et I' en fonction uniquement de U et R .

Rappel :

$$\arctan(1/x) + \arctan(x) = \text{signe}(x)\pi/2$$

EXERCICE 7 : Courant et tension en phase (★★)

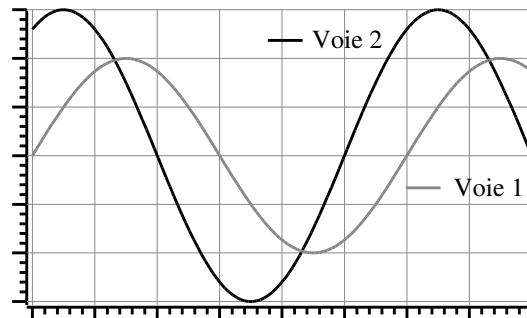
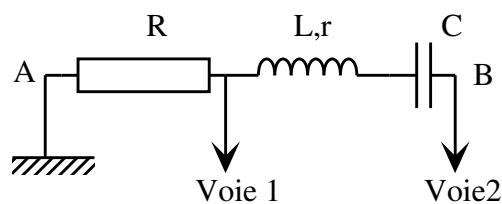
On considère un dipôle AB formé par la mise en parallèle :

- ▷ d'une résistance R et d'un condensateur C en série
- ▷ d'une résistance r et d'une bobine L en série.

Le tout est alimenté par une source idéale de tension sinusoïdale $e(t)$ de pulsation ω . Déterminer la pulsation ω pour que le courant $i(t)$ circulant dans le générateur soit en phase avec $e(t)$. Préciser les conditions sur R , r , L et C .

EXERCICE 8 : Étude expérimentale d'un dipôle RLC séries (★★★)

On monte en série un conducteur ohmique de résistance $R = 10\Omega$, une bobine d'inductance $L = 100\text{mH}$ et de résistance interne r , et d'un condensateur de capacité C conformément au schéma de la figure ci-dessous.



On applique entre les bornes A et B du dipôle ainsi obtenu une tension alternative sinusoïdale. On utilise un oscilloscope pour observer les tensions aux bornes de R et du circuit RLC. La photographie de ce qui apparaît sur l'écran est reproduite sur la figure ci-dessus avec les échelles suivantes :

- ▷ Voie 1 : 1 V/div
- ▷ Voie 2 : 2 V/div
- ▷ Base de temps : 1 ms/div

En déduire la valeur r de la résistance interne de la bobine et la valeur de la capacité C du condensateur.