Correction TD12

Exercice 1

1. Comme $\lambda = \frac{c}{f}$

on trouve $\lambda = \frac{0,40}{20} \simeq 2,0 \times 10^{-2}\,m = 2,0\,cm$

2. La différence de marche en M est $\delta = S_1M - S_2M$

$= 8 - 17$

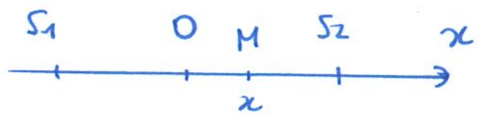
$\delta = -9\,cm$

On trouve que $\delta = (p + \frac{1}{2})\lambda$ (ici $p = -4$)

Les interférences en M sont destructives.

Les deux sources oscillant à la même amplitude, les interférences destructives résultent en une amplitude nulle en M.

3. $\begin{cases} S_1M = \frac{S_1S_2}{2} + x \\ S_2M = \frac{S_1S_2}{2} - x \end{cases}$ (par construction géométrique)



4. On introduit les ondes $s_1(M,t) = a\cos(\omega t - kS_1M)$

$s_2(M,t) = a\cos(\omega t - kS_2M)$ (pas de phase à l'origine, on choisit arbitrairement à 0)

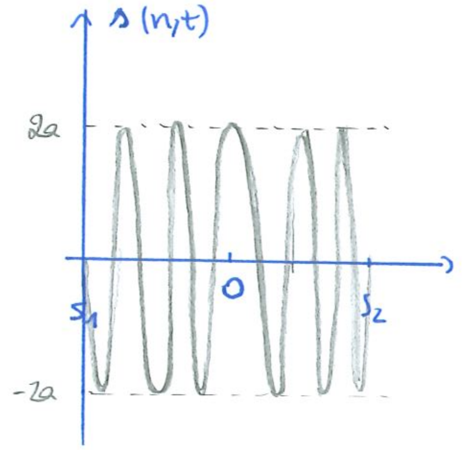
Donc en M : $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$

$= a\cos(\omega t - kS_1M) + a\cos(\omega t - kS_2M)$

$= 2a\cos\left(\omega t - k\frac{S_1M + S_2M}{2}\right)\cos\left(k\frac{S_1M - S_2M}{2}\right)$

$= 2a\cos\left(\omega t - k\frac{S_1S_2}{2}\right)\cos(kx)$

Rq : $s_2(M,t) = a\cos\left(\omega t - k\frac{S_1S_2}{2} \underbrace{+kx}\right)$ ← la propagation se fait bien selon $-\vec{e_x}$!



Comme $k = \frac{2\pi}{\lambda}$,

l'amplitude évolue selon $\cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right)$

→ si $x = p\frac{\lambda}{2}$ ⟹ interférences constructives
(alors $\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right) = \pm 1$

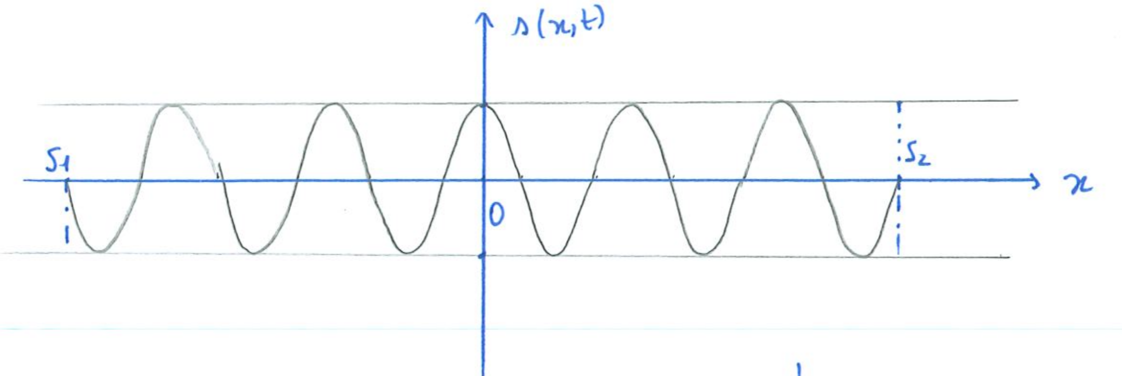
→ si $x = p\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$ → interférence destructives

Or $\lambda = 2cm$, d'où : il y a des interférence destructives en

- $x = 0{,}5\,cm$; $x = 1{,}5\,cm$; $x = 2{,}5\,cm$ .... $x = 5{,}5\,cm$ ↖ en S_2

- $x = -0{,}5\,cm$; $x = -1{,}5\,cm$ .... $x = -5{,}5\,cm$ ↖ en S_1

à l'échelle (selon l'axe Ox)

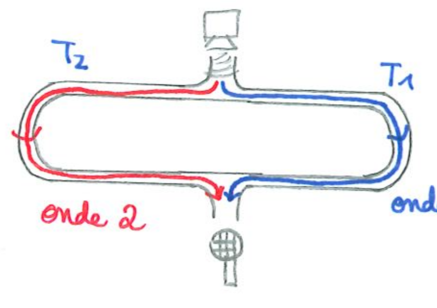


⊛ Il y a des interférence destructives en S_1 et S_2 !
→ car l'onde arrivant de l'autre source est en opposition de phase avec l'onde émise à cette source

⊛ En O, les interférence sont constructives. Les deux ondes arrivant après avoir parcouru la même distance, elles sont en phase.

Exercice 2

Il faut identifier les ondes qui interfèrent.
Dans notre cas, il s'agit des ondes ayant pris soit le chemin par le tube T_1, soit le chemin par le tube mobile 2.



Pour étudier l'état d'interférence entre les deux ondes, on détermine la différence de marche δ.

À un instant donné, on a : $\delta = L_2 - L_1$

où L_2 longueur du chemin par le tube T_2

L_1 ——————— T_1

En déplaçant le tube T_2 de d, on allonge le chemin L_2 d'une distance $2d$.

Or à un minimum d'amplitude (interférences destructives), $\delta = (n + \frac{1}{2})\lambda$, $n \in \mathbb{Z}$

ainsi, entre deux minima successifs, la différence de marche a varié de :

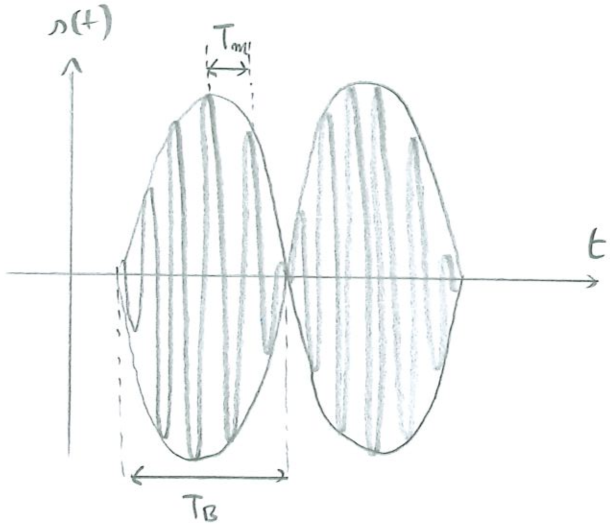
$$\Delta\delta = \left((n+1) + \frac{1}{2}\right)\lambda - (n + \frac{1}{2})\lambda = \lambda$$

Ainsi, comme $\Delta\delta = 2d$, on obtient : $2d = \lambda = \frac{c}{f}$

Finalement $c = 2df$

AN : $c = 2 \times 11{,}5 \times 10^{-2} \times 1500 \simeq 345 \text{ m.s}^{-2}$

Exercice 3



* Déterminer les fréquences

* durée entre deux maxima successifs T_m et reliée à $f_m = \frac{f_1 + f_2}{2}$ (fréquence moyenne)

Ici $T_m \simeq 0{,}33$ s $\Rightarrow f_m \simeq 3$ Hz

(3 périodes pendant 1s)

* durée entre deux noeuds consécutifs T_B

où $T_B = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$

Ici $T_B = 10$ s $\Rightarrow |f_1 - f_2| \simeq 0{,}1$ Hz

Ainsi les fréquences des signaux superposés et $f_1 = 3{,}05$ Hz et $f_2 = 2{,}95$ Hz

* Déterminer l'amplitude

Il faut garder en tête que l'amplitude résultante des interférences et la somme des amplitudes des ondes arrivant en un point donné.

* Sur la figure, on remarque qu'au niveau des minima d'amplitude, celle-ci s'annule. C'est à dire qu'à cet instant là, les deux ondes sont parfaitement opposées, telle que l'amplitude totale soit égale à 0.

On en déduit que les deux signaux ont la même amplitude.

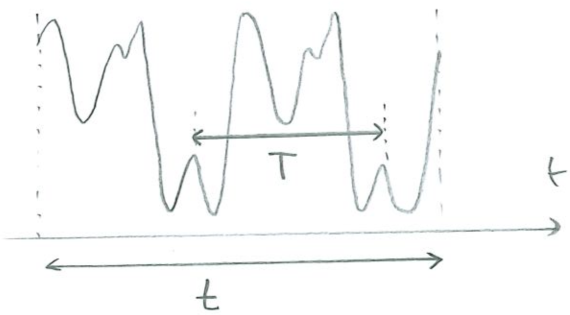
* Au niveau des maxima, on trouve la somme des amplitudes des deux ondes.

On lit une amplitude de 2cm en ces points.

Donc chaque onde a une amplitude de 1cm.

Exercice 4

1.



Comme l'acquisition dure au total

$t = 8,4\,ms$

on peut en déduire une correspondance entre les distances sur la figure et la durée correspondante.

sur le schéma, la durée totale mesure 4,5cm

L'échelle est donc $4,5\,cm \leftrightarrow 8,4\,ms$

Or la période du signal est environ 2,2cm sur le schéma.

On en déduit que $T = \frac{2,2}{4,5} \times 8,4 \simeq 4,1\,ms$

et donc $f = \frac{1}{T} \simeq 240\,Hz$

2. La vibration n'est pas sinusoïdale car il y a également des harmoniques qui s'ajoutent au mode fondamental.

3. C'est la partie AC de la corde qui génère le signal sonore. Or, comme les points A et C de la corde sont fixes, ils correspondent à des noeuds des modes propres de la corde entre ces deux points.

Le mode fondamental a donc une longueur d'onde λ telle que

$AC = \dfrac{\lambda}{2}$ (il n'y a alors qu'un ventre entre A et C)

Or $\lambda = \dfrac{c}{f}$

D'où $AC = \dfrac{c}{2f} = \dfrac{1}{2f}\sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$

Or, comme le fil est tendu grâce à la masse m, un simple principe fondamental en statique donne $T = mg$

et comme μ est la masse linéique, elle se calcule comme le rapport de m_{corde}, la masse de la corde, sur l_{corde} la longueur de la corde.

Finalement : $AC = \dfrac{1}{2f}\sqrt{\dfrac{mg}{m_{corde}/l_{corde}}}$

__AN__ : $AC = \dfrac{1}{2 \times 240} \times \sqrt{\dfrac{5 \times 9{,}8}{3{,}52 \times 10^{-3}/1}} \simeq \underline{23\,cm}$

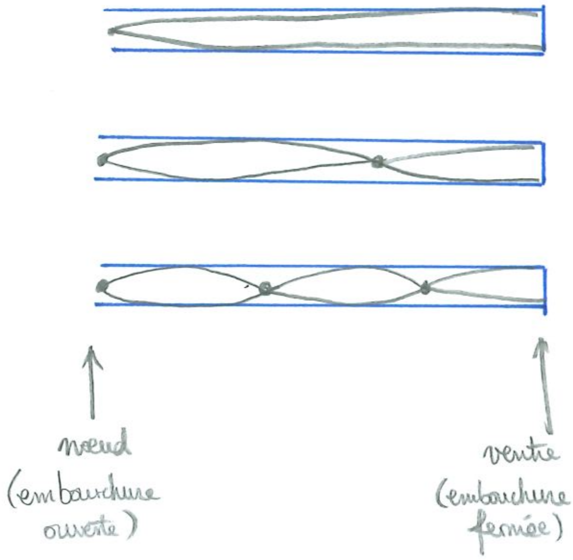
Le chevalet est placé à une distance de 23 cm du point A.

Exercice 5

1. On modélise la clarinette comme un tuyau fermé d'un côté et ouvert de l'autre.

On s'intéresse ici aux ondes de surpression, et aux ondes stationnaires dans l'instrument.

Or d'après l'énoncé : tuyau ouvert → surpression nulle (noeud)
tuyau fermé → surpression d'amplitude max. (ventre)



mode 1 (on passe directement du noeud au ventre)

mode 2 (on ajoute un noeud entre les extrémités)

mode 3

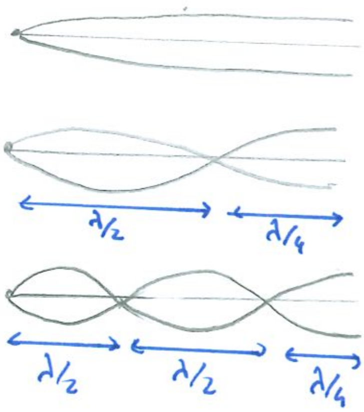
2. La distance entre deux noeuds consécutifs est $\frac{\lambda}{2}$

Or les ventres se situent entre les noeuds, donc la distance ventre-noeud est $\frac{\lambda}{4}$

Ainsi : pour le mode 1 : $L = \frac{\lambda_1}{4}$

pour le mode 2 : $L = \frac{\lambda_2}{2} + \frac{\lambda_2}{4}$

pour le mode 3 : $L = 2 \times \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{4}$



En généralisant, on trouve $L = (n-1)\frac{\lambda_n}{2} + \frac{\lambda_n}{4} = \underline{(2n-1)\frac{\lambda_n}{4}}$ $\quad n \in \mathbb{N}^*$

soit $\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}$ ou $\underline{f_n = \frac{c}{\lambda_n} = (2n-1)\frac{c}{4L}}$

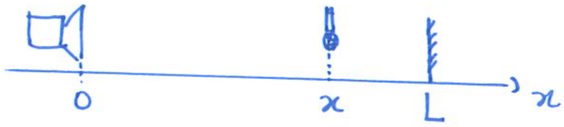
Or $f_1 = \frac{c}{4L}$ (fondamental), donc $f_n = (2n-1) f_1$ → toutes <u>les harmoniques sont impaires</u> !

Exercice 6

1. Comme $a_i(x,t) = a_i\left(x=0, t-\frac{x}{c}\right)$

$$= A_0 \cos\left(\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right)$$

$$= A_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x\right)$$



En posant $k = \frac{\omega}{c}$: $\underline{a_i(x,t) = A_0 \cos(\omega t - kx)}$

2. Comme $a_r(x,t) = a_r\left(x=L, t-\frac{(L-x)}{c}\right)$

$$= a_i\left(x=L, t-\frac{(L-x)}{c}\right)$$

$$= A_0 \cos\left(\omega\left(t-\frac{(L-x)}{c}\right) - kL\right)$$

$$= \underline{A_0 \cos\left(\omega t + kx - 2kL\right)}$$

3. $a(x,t) = a_i(x,t) + a_r(x,t)$

$$= A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0 \cos(\omega t + kx - 2kL)$$

$\cos(a)+\cos(b) = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

$$= \underline{2A_0 \cos(\omega t - kL)\cos(kx - kL)}$$

Il s'agit d'une <u>onde stationnaire</u> ! (les dépendances x et L sont découplées)

La position des ventres correspond à x tel que $\cos(kx-kL)$ est maximal.

$\cos(kx - kL) = \pm 1 \iff k(x_n - L) = n\pi$ $\quad$ n entier

$$\iff \frac{2\pi}{\lambda}(x_n - L) = n\pi$$

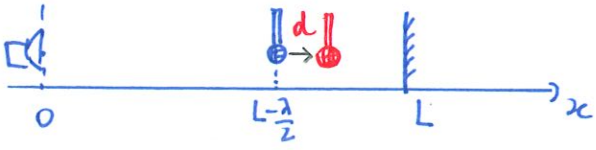
$$\iff x_n - L = n\frac{\lambda}{2}$$

$$\iff \underline{x_n = L + n\frac{\lambda}{2}}$$

a priori $n<0$ car $x_n < L$.

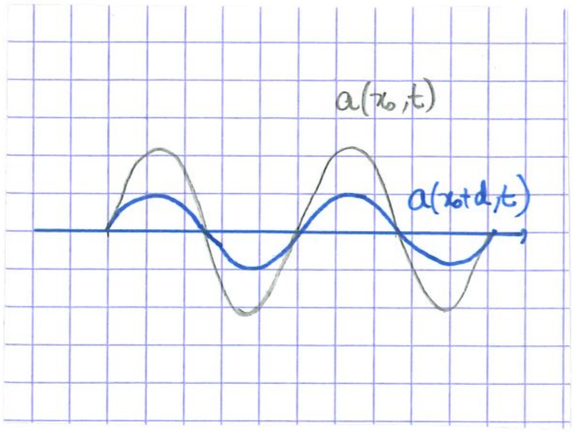
4.

On déplace le micro d'une distance $d < \frac{\lambda}{4}$



Or initialement le micro est en $x_0 = L - \frac{\lambda}{2}$, ce qui correspond à la position d'un ventre de l'onde stationnaire.

En se décalant de $d < \frac{\lambda}{4}$, on place le micro entre le ventre en x_0 et le noeud positionné à une distance $\frac{\lambda}{4}$ du ventre en x_0.



Or tous les points de la corde oscillent en phase (car la dépendance temporelle ne dépend pas de la position et donc en chaque points, le signal s'écrit $a(x,t) = A(x)\cos(\omega t - kL)$)

avec $A(x) = 2A_0 \cos(kx - kL)$

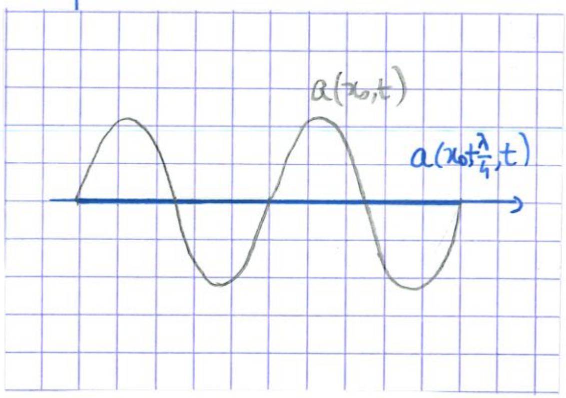
Donc les signaux $a(x_0,t)$ et $a(x_0+d,t)$ sont en phase.

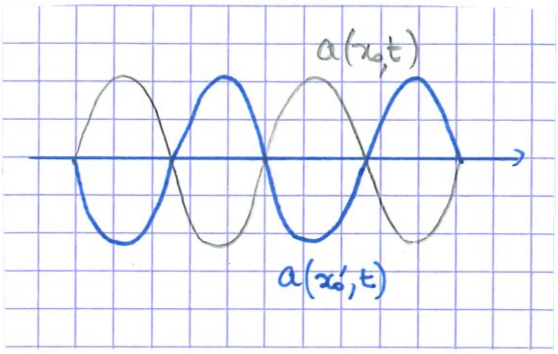
On aurait obtenu la même observation si on avait déplacé le micro dans l'autre sens.

5. Dans le cas particulier où $d = \frac{\lambda}{4}$, on aurait déplacé le micro sur un noeud de l'onde stationnaire.

L'amplitude de l'onde est nulle en ce point.

Ainsi, $\forall t$, $a(x_0 + \frac{\lambda}{4}, t) = 0$.





6. En $x_0' = L$, on se trouve sur un ventre également (x_0 et x_0' sont espacés de $\frac{\lambda}{2}$).

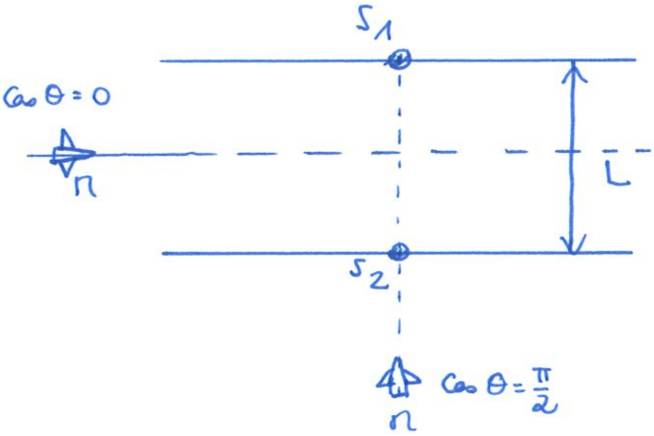
En revanche l'amplitude en $x_0' = L$ est l'opposé de l'amplitude en x_0.

Généralisable pour tout deux noeuds consécutifs.

$$\begin{cases} \cos(kL - kL) = 1 \\ \cos(k(L-\frac{\lambda}{2}) - kL) = \cos(k\frac{\lambda}{2}) = \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2}) = \cos(\pi) = -1 \end{cases}$$

Ainsi, $a(x_0',t)$ et $a(x_0,t)$ apparaissent comme en opposition de phase !

Exercice 7



1. La formule de Fresnel s'écrit :

$$I(n) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\phi)$$

Ici $I_1 = I_2 = I_0$

D'où $I(n) = 2I_0\left(1 + \cos(\Delta\phi)\right)$

Cas où $\theta = 0$: l'avion est équidistant de S_1 et S_2.

La différence de marche est donc nulle. $\delta = S_1 n - S_2 n = 0$

alors $I(n) = 2I_0\left(1 + \cos(0)\right) = \underline{4I_0}$

Cas où $\theta = \frac{\pi}{2}$: la différence de marche se résume à la distance entre les deux sources. $\delta = L$

Or $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi f_0}{c}\delta$

D'où $\underline{I(n) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi f_0 L}{c}\right)\right)}$

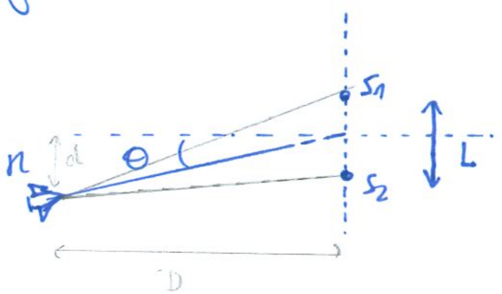
AN : or ici $\frac{f_0 L}{c} = \frac{12\times10^6 \times 100}{3\times10^8} = 4$

d'où $I(n) = 2I_0\left(1 + \cos(2\pi\times4)\right) = \underline{4I_0}$

2. On cherche θ tel que $I(n) = 0$.

La situation est similaire à celle de trous d'Young. On considère l'avion "à l'infini" par rapport aux sources.

On trouve alors $\delta = L\frac{d}{D} = \underline{L\sin\theta}$



On on observe des interférences destructives pour $\delta = p\lambda + \frac{\lambda}{2}$, $p \in \mathbb{Z}$.

La première annulation, par $p=0$, donne : $L \sin\theta_0 = \frac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow \underline{\sin\theta_0 = \frac{c}{2Lf_0}}$$

$\underline{AN}$: on trouve $\sin\theta_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 100 \cdot 12 \cdot 10^6} = \frac{1}{8}$ donc $\underline{\theta_0 \simeq 7{,}2°}$

Exercice 8

1. On veut que le système ait le temps de générer une onde atteignant A en même temps que le bruit détecté par le micro 1.

* le bruit prend un temps $\frac{L}{c}$ pour atteindre le point A.
* le signal (émis par le haut parleur) prend un temps $\frac{\ell}{c}$ pour atteindre A.

Ainsi, le contrôleur dispose d'un temps $\underline{\tau = \frac{L-\ell}{c}}$ pour le calcul.

2. Écrivons les deux signaux :

dû à la propagation jusqu'à A

$$s_1(A,t) = A\cos(\omega t - \omega\tau_1 + \varphi_1)$$

$$s_2(A,t) = A\cos(\omega t - \omega\tau_2 + \varphi_{HP})$$

dû à la propagation du haut parleur jusqu'à A.

Or on veut que les deux ondes interfèrent destructivement en A, donc que s_1 et s_2 soient en opposition de phase, donc $\Delta\phi = (\varphi_{HP} - \omega\tau_2) - (\varphi_1 - \omega\tau_1)$

$$= \Delta\varphi + \omega(\tau_1 - \tau_2)$$

$$= \pm\pi$$

Or $\tau_1 = \frac{L}{c}$

$\tau_2 = \frac{\ell}{c}$.

Finalement $\underline{\Delta\varphi = \omega(\tau_2 - \tau_1) \pm \pi = \frac{\omega}{c}(\ell - L) \pm \pi}$

3. Comme l'onde émise par le haut parleur se propage dans les deux sens à partir de A, elle peut également atteindre le micro 1 et perturber la mesure du bruit.

Ainsi, on ajoute le micro 2 afin de vérifier que l'annulation du bruit est correctement réalisée (et permet un asservissement du contrôleur).