Correction TD11

Exercice 1

1. Comme $\lambda = \frac{c}{f}$, on obtient $\lambda = \frac{3\times10^8}{2{,}45\times10^9} \simeq 1{,}22\times10^{-1}\,m = 12{,}2\,cm$

La dénomination micro-ondes ne signifie pas forcément que la longueur d'onde est de l'ordre du micromètre.

2. De nouveau $\lambda = \frac{c}{f}$ où $c = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}$, alors $\lambda = \frac{1}{f}\sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}$

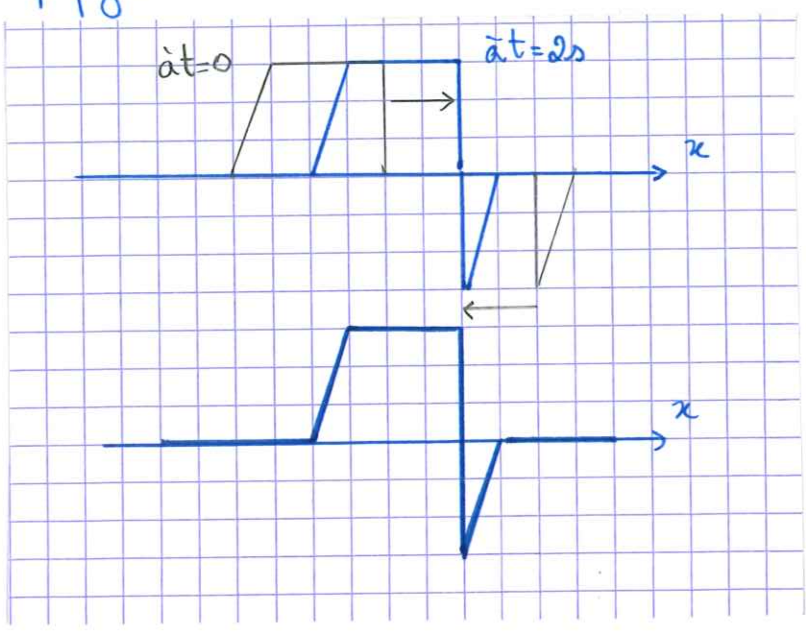
A.N: $\lambda = \frac{1}{440}\cdot\sqrt{1{,}4\times\frac{8{,}314\times290}{29\times10^{-3}}} \simeq 7{,}75\times10^{-1}\,m = 77{,}5\,cm$

3. La fréquence est identique, en revanche c varie.

A.N: $\lambda = \frac{1}{440}\cdot\sqrt{1{,}4\,\frac{8{,}314\cdot300}{25\times10^{-3}}} \simeq 7{,}89\times10^{-1}\,m = 78{,}9\,cm$

Exercice 2

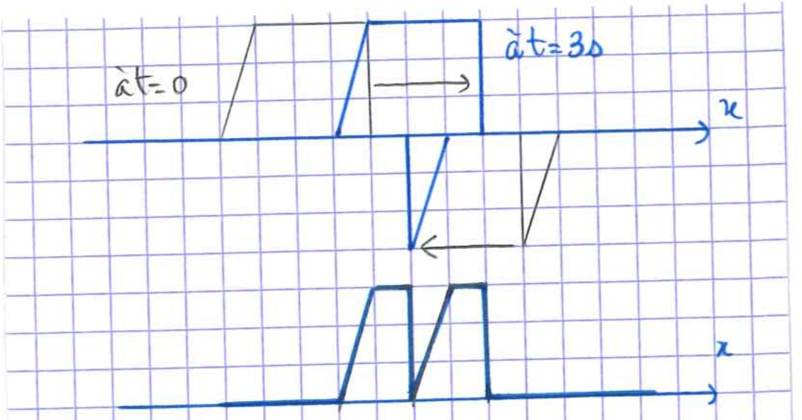
Les amplitudes des ondes s'additionnent en chaque point. On dessine d'abord la propagation de chaque déformation. Après un temps t, chaque onde s'est déplacée de $c\times t$ dans le sens de propagation.



À t=2s

Chaque déformation s'est déplacée de $c\times t = 0{,}5\times2 = 1\,cm$

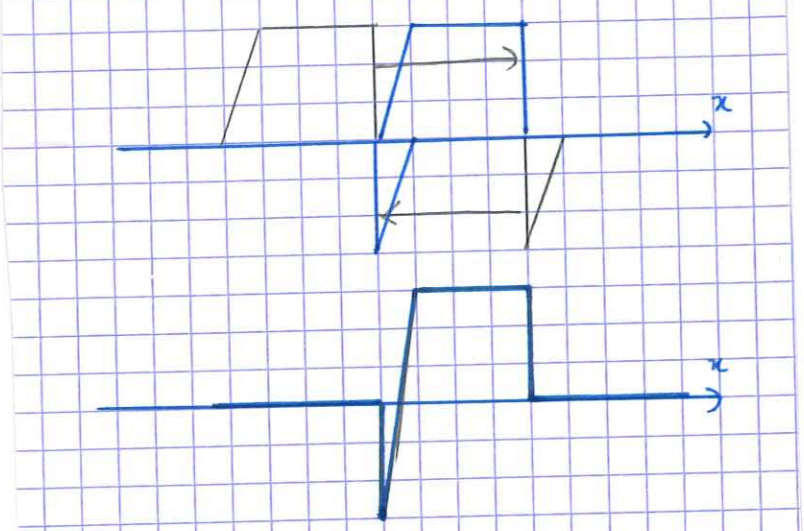
On propage chaque déformation de 1cm et on somme les deux pour obtenir l'allure de la corde.



À t=3s

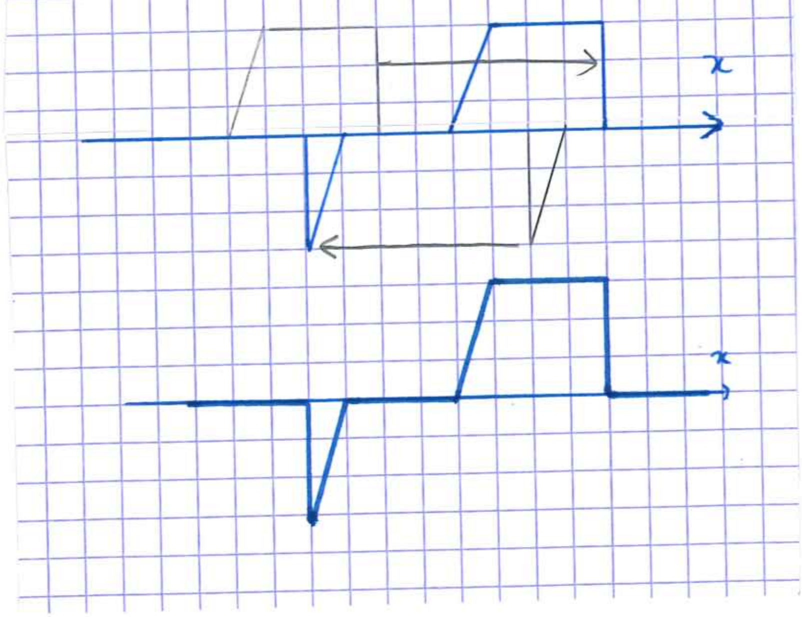
Chaque perturbation s'est déplacée de $c \times t = 0{,}5 \times 3 = 1{,}5$ cm

En chaque point, on somme l'amplitude de la déformation se déplaçant selon $+\vec{e_x}$ avec celle se déplaçant selon $-\vec{e_x}$.



À t=4s

Chaque perturbation s'est déplacée de $c \times t = 0{,}5 \times 4 = 2$ cm



À t=6s

Chaque perturbation s'est déplacée de $c \times t = 0{,}5 \times 6 = 3$ cm

Exercice 3

Par définition $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$. or $\omega^2 = gk \Rightarrow \omega = \sqrt{gk}$ ou $\frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega}$

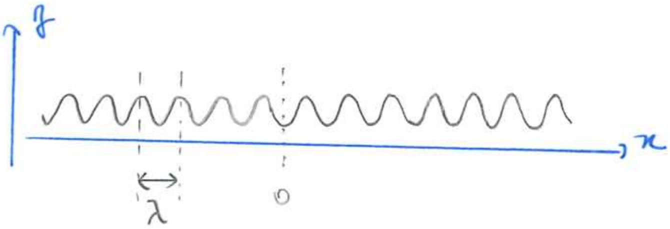
D'où $v_\varphi = \frac{g}{\omega}$. La vitesse de phase dépend de la fréquence de l'onde. Le milieu est dispersif.

Exercice 4

1. La longueur d'onde correspond à la distance entre deux maxima consécutifs.

Pour une bonne résolution on compte plusieurs maxima selon l'axe (Ox)

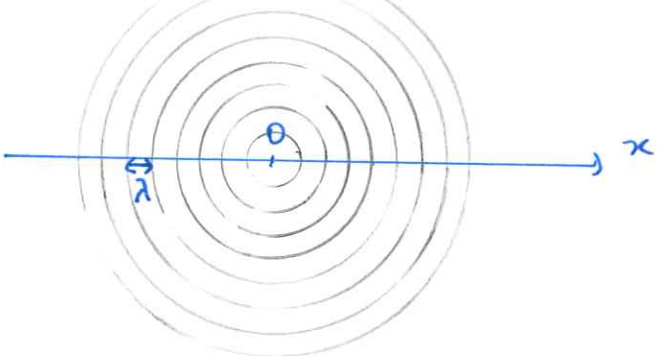
De profil :



Sur le schéma

$14\lambda \leftrightarrow 1{,}7\,cm$

De haut :



Or d'après l'échelle

$9\,mm \leftrightarrow 10\,cm$
schéma réalité

Donc $14\lambda = \dfrac{1{,}7}{0{,}9} \times 10 \simeq \underline{19\,cm}$

$\Rightarrow \underline{\lambda \simeq 1{,}3\,cm}$

2. Comme $\underline{c = \lambda f}$

On trouve : $c = 1{,}3 \times 18 \simeq \underline{23\,cm.s^{-1}}$

3. Pour $x > 0$: l'onde se propage selon $+\vec{e}_x$:

$\underline{s(x,t) = A\cos(\omega t - kx)}$ où $k = \dfrac{\omega}{c}$

amplitude A   phase à l'origine nulle.

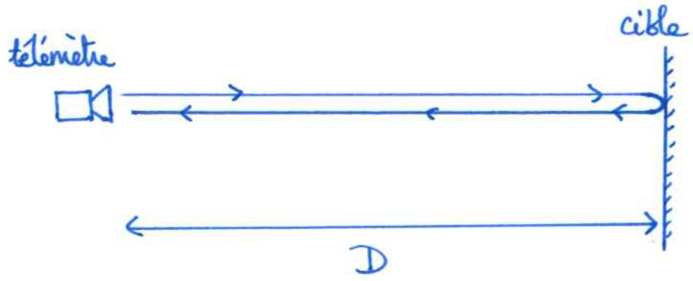
Pour $x < 0$: l'onde se propage selon $-\vec{e}_x$:

$\underline{s(x,t) = A\cos(\omega t + kx)}$

propagation selon $-\vec{e}_x$!

4. A n'est pas tout à fait constante car l'onde est circulaire. Même si l'on néglige les pertes, comme le rayon de l'onde augmente, cela induit une décroissance de l'amplitude.

Exercice 5



1. L'onde parcourt une distance $2D$ (aller-retour) entre la cible et le télémètre. Le temps de vol est donc

$$t_v = \frac{2D}{c}$$

2. Plusieurs approches :

* Méthode 1 : soit $s_e(S,t) = A\cos(\omega t)$ l'onde émise

après avoir l'aller-retour, l'onde reçue est

$$s_r(S,t) = A\cos(\omega(t - t_v)) = A\cos(\omega t - \omega t_v)$$

retard dû à la propagation

Or comme on a compté n coïncidences, cela signifie que le déphasage entre s_e et s_r est de $2\pi \times n$.

Donc $\omega t_v = 2\pi n \iff \frac{\omega}{c} 2D = 2\pi n$

$\iff 2D = n\lambda$

$\iff D = n\frac{\lambda}{2}$

* Méthode 2 : Sachant qu'en partant de la situation où $D = 0$ (les deux ondes sont en phase) lorsqu'on recule la cible et qu'on s'arrête après une coïncidence, cela signifie que la différence de marche entre les deux ondes est λ, alors après n coïncidences, la différence de marche est de $n\lambda$

or $\delta = 2D$ donc $D = \frac{n\lambda}{2}$

3. Sur l'enregistrement, les deux signaux sont en opposition de phase. Cela signifie que le déphasage est égal à $|\Delta\phi| = 2\pi n + \pi$

Par un raisonnement similaire à la question précédente : $\frac{\omega}{c} \times 2D = 2\pi n + 1$

D'où $\underline{D = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}}$

En termes de différence de marche : $\delta = \underbrace{n\lambda}_{\substack{\uparrow \\ n \text{ coïncidence}}} + \underbrace{\frac{\lambda}{2}}_{\substack{\nwarrow \\ + \text{ un déphasage de } \pi}}$

AN: $D = 50 \times \frac{8{,}5}{2} + \frac{8{,}5}{4} \simeq \underline{215 \text{ mm}}$

4. Le signal 2 est bien plus bruité en apparence car son amplitude est bien plus faible que le signal 1. D'après la mesure de la tension crête à crête (V_{PP}), on voit qu'il y a un facteur 1000 entre le signal 1 et le signal 2.

Cela est dû à une atténuation de l'onde lors de sa propagation et lors de sa réflexion sur la cible. Le signal 2 correspond au signal reçu par le récepteur.

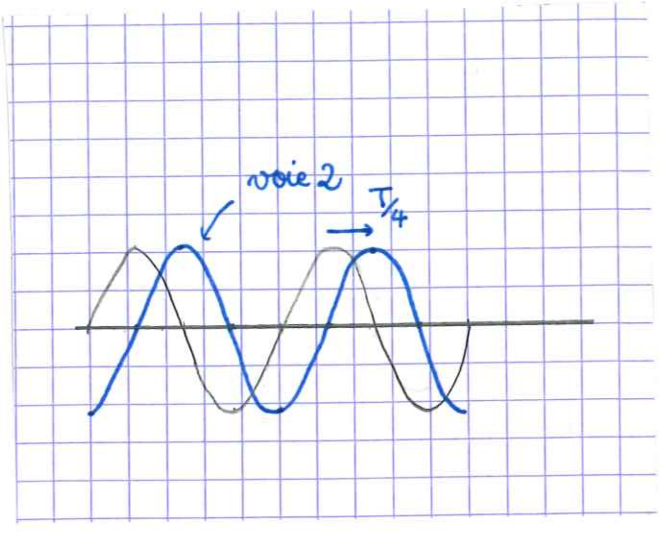
Exercice 6

1. $a_i(0,t) = A_0 \cos(\omega t)$
onde émise en O.

Or $a_i(x,t) = a_i(0, t - \frac{x}{c})$

$$= A_0 \cos(\omega(t - \frac{x}{c}))$$

$$= \underline{A_0 \cos(\omega t - kx)} \quad \text{où } \underline{k = \frac{\omega}{c}}$$



2. Nous avons sur l'oscilloscope $a_i(x_0, t)$

Nous souhaitons représenter $a_i(x_0 + \frac{\lambda}{4}, t)$.

Or $a_i(x_0 + \frac{\lambda}{4}, t) = A_0 \cos(\omega t - k(x + \frac{\lambda}{4}))$

$$= A_0 \cos(\omega t - kx - k\frac{\lambda}{4})$$

Ainsi $a_i(x_0+\frac{\lambda}{4},t)$ a un déphasage de $\Delta\phi = -k\frac{\lambda}{4}$ par rapport à $a_i(x_0,t)$

$$\Delta\phi = -\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{4} = -\frac{\pi}{2}$$

Or un déphasage de $-\frac{\pi}{2}$ correspond à un retard de $\frac{T}{4}$.

Rq: autre manière de l'écrire : $a_i(x_0+\frac{\lambda}{4},t) = a_i(x_0, t-\frac{(\lambda/4)}{c})$

$$= a_i(x_0, t-\frac{T}{4})$$

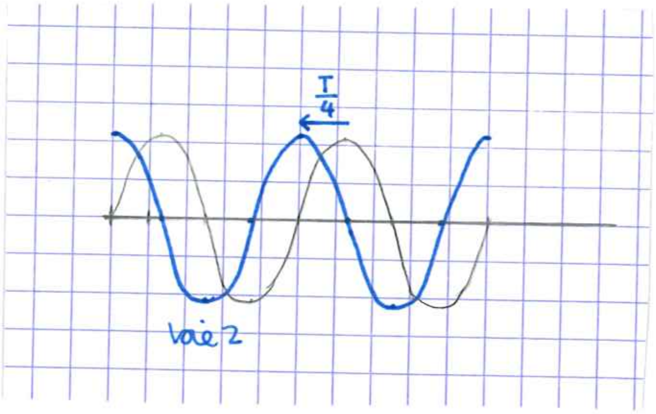
il faut translater la courbe $a_i(x_0,t)$ de $\frac{T}{4}$ "vers la droite".

Les deux signaux sont en quadrature de phase.

Rq: cela semble logique que le signal $a_i(x_0+\frac{\lambda}{4},t)$ soit en retard par rapport à $a_i(x_0,t)$ car il a plus de trajet à parcourir !

3. Cette fois-ci on cherche à représenter.

$a_i(x_0-\frac{\lambda}{4},t)$.



Or $a_i(x_0-\frac{\lambda}{4},t) = A_0\cos(\omega t - k(x-\frac{\lambda}{4}))$

$$= A_0\cos(\omega t - kx + k\frac{\lambda}{4})$$

Donc $\Delta\phi = +\frac{\pi}{2}$

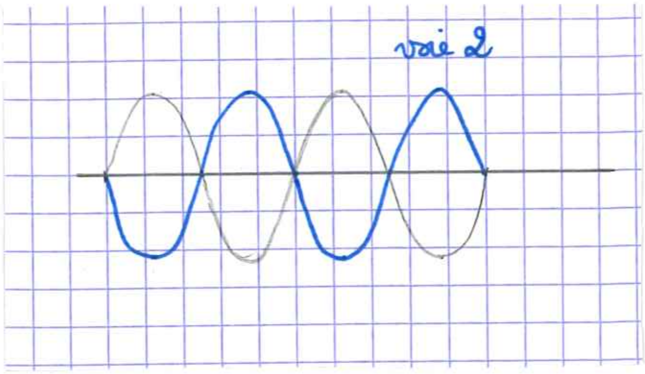
Le signal est en avance par rapport à $a_i(x_0,t)$ d'un quart de période

On aurait pu écrire : $a_i(x_0-\frac{\lambda}{4},t) = a_i(x_0, t+\frac{\lambda/4}{c}) = a_i(x_0, t+\frac{T}{4})$

il faut translater la courbe $a_i(x_0,t)$ de $\frac{T}{4}$ "vers la gauche".

Les deux signaux sont en quadrature de phase. Le signal $a_i(x_0-\frac{\lambda}{4},t)$ est en avance de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à $a_i(x_0,t)$.

4. On s'intéresse à $a_i(x_0+\frac{\lambda}{2},t)$.



Or $a_i(x_0+\frac{\lambda}{2},t) = A_0\cos(\omega t - k(x+\frac{\lambda}{2}))$

$= A_0 \cos(\omega t - kx - k\frac{\lambda}{2})$

Or $k\frac{\lambda}{2} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2} = \pi$

Donc $a_i(x_0+\frac{\lambda}{2},t) = A_0\cos(\omega t - kx - \pi)$

$= -A_0\cos(\omega t - kx)$

$= -a_i(x_0,t)$

C'est équivalent à translater la courbe de $\frac{T}{2}$.

Le signal est l'opposé de $a_i(x_0,t)$. Les deux signaux sont en opposition de phase.

Le résultat aurait été le même si on s'était intéressé à $a_i(x_0-\frac{\lambda}{2},t)$ car translater la courbe de $\frac{T}{2}$ ou $-\frac{T}{2}$ mène à la même chose.

Exercice 7

1. La moyenne d'une fonction sinusoïdale est nulle.

$\langle\cos(\omega t+\varphi)\rangle = \langle\sin(\omega t+\varphi)\rangle$ et ce $\forall\omega, \forall\varphi$

Donc $\langle 3\sin(40\pi t + 0{,}3\pi)\rangle = 0$

$s(t) = 3\sin(40\pi t + 0{,}3\pi)$ Identifions les paramètres du signal en comparant à $s(t) = A\sin(\omega t+\varphi)$. L'amplitude est 3, $\omega = 40\pi$ et la phase à l'origine vaut $0{,}3\pi$.

Or $\omega = 2\pi f$, d'où $f = \frac{40\pi}{2\pi} = 20\,Hz$

2. $\langle s(t)\rangle = \langle 2 + 3\sin(40\pi t + 0{,}8\pi) + 3\sin(20\pi t - 0{,}8\pi)\rangle$

$= \langle 2\rangle + \underbrace{\langle 3\sin(40\pi t + 0{,}8\pi)\rangle}_{=0} + \underbrace{\langle 3\sin(20\pi t - 0{,}8\pi)\rangle}_{=0} = 2$

Or $s(t) = 2 + \underbrace{3\sin(40\pi t + 0{,}8\pi)}_{} + \underbrace{3\sin(20\pi t - 0{,}8\pi)}_{}$

oscille à $\omega = 40\pi$ — oscille à $20\pi = \omega$

$f = 20Hz$ — $f = 10Hz$

$T = 0{,}05s$ — $T = 0{,}1s$

La période d'un signal est la plus petite durée telle que le signal se répète au bout de cette durée. Ici la période du signal est 0,1s donc la fréquence $s(t)$ est 10Hz

3. $s(t) = \underbrace{10\sin(80\pi t)}_{} + \underbrace{5\sin(120\pi t + 0{,}6\pi)}_{}$

oscille à $\omega_1 = 80\pi$ — oscille à $\omega_2 = 120\pi$

$f_1 = 40Hz$ — $f_2 = 60Hz$

$T_1 = 25ms$ — $T_2 \simeq 16{,}67ms$

Ici les deux fréquences ne sont pas l'une multiple de l'autre. Pour trouver la fréquence du signal, il faut déterminer le PPCM des deux périodes.

Ici on remarque que $2T_1 = 3T_2 = T_0$

ainsi au bout de T_0, le premier sinus se sera répété deux fois alors que le second se sera répété 3 fois. Globalement, nous retrouvant donc après T_0 le même signal $s(t)$.

La fréquence du signal est donc $f_0 = \frac{1}{T_0} = 20Hz$

Rq: autre méthode de résolution.

On cherche T_0 tq:

$s(t+T_0) = s(t)$ Or $s(t+T_0) = 10\sin(80\pi t + 80\pi T_0) + 5\sin(120\pi t + 120\pi T_0 + 0{,}6\pi)$

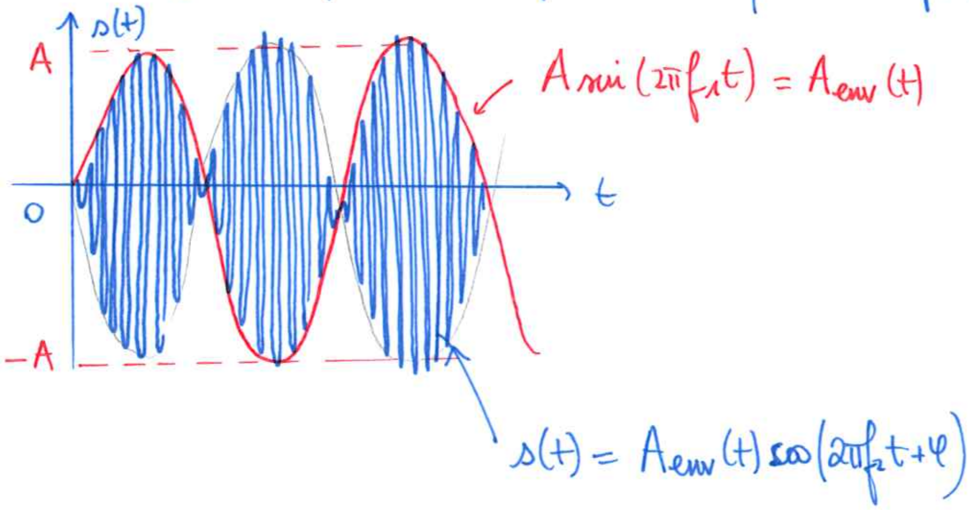
Donc il faut $\begin{cases} 80\pi T_0 = 2\pi p \\ 120\pi T_0 = 2\pi p' \end{cases}$ $p, p' \in \mathbb{N}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} T_0 = \frac{p}{40} \\ T_0 = \frac{p'}{60} \end{cases}$

On cherche p et p' minimaux tq: $\frac{p}{40} = \frac{p'}{60} \Leftrightarrow \frac{p}{p'} = \frac{40}{60}$ soit $\begin{cases} p = 2 \\ p' = 3 \end{cases}$.

4. On utilise $\sin(a) + \sin(b) = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \Leftrightarrow \sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b) + \sin(a-b)\right)$

Donc $s(t) = A\sin(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_2 t + \varphi) = \frac{A}{2}\left[\underbrace{\sin\left(2\pi(f_1+f_2)t + \varphi\right)}_{\text{fréquence } f_1+f_2} + \underbrace{\sin\left(2\pi(f_1-f_2)t - \varphi\right)}_{\text{fréquence } f_1-f_2}\right]$

Si l'on suppose f_1 faible par rapport à f_2. Alors on peut considérer que $A\sin(2\pi f_1 t)$ est une enveloppe variant lentement



Exercice 8

1. $s(x,t)$ est une onde sinusoïdale de fréquence f se propageant selon $+\vec{e_x}$ à la célérité c.

Donc $s(x,t) = A\boxed{\cos}\left(\boxed{2\pi f}\, t - 2\pi f \cdot \boxed{\frac{x}{c}}\right)$

C'est équivalent à écrire $s(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$

où $\omega = \boxed{2\pi f}$ et $k = \boxed{\frac{\omega}{c}}$

2. On souhaite déterminer $s(\text{obs}, t)$

Or l'observateur se déplace. Donc sa position est $x(t) = vt$

(on suppose qu'à $t=0$, $x(t=0) = 0$)

Ainsi $s(\text{Obs},t) = s(x(t),t)$

$$= A\cos(\omega t - kx(t))$$

$$= A\cos(\omega t - kvt)$$

$$= A\cos((\omega - kv)t)$$

3. L'observateur perçoit la fréquence du signal $s(\text{obs},t)$.

Or $s(\text{obs},t) = A\cos((\omega-kv)t)$

$$= A\cos(\omega' t)$$

Donc $f' = \dfrac{\omega'}{2\pi} = \dfrac{\omega - kv}{2\pi} = \dfrac{\omega - \frac{\omega v}{c}}{2\pi} = \dfrac{\omega}{2\pi}\left(1 - \dfrac{v}{c}\right)$

or $\dfrac{\omega}{2\pi} = f$

D'où $f' = f\left(1-\dfrac{v}{c}\right)$

* Si $v > 0$, alors $1 - \frac{v}{c} < 1$ et $f' < f$
* Si $v < 0$, alors $1 - \frac{v}{c} > 0$ et $f' > f$

4. Lorsque le camion arrive de derrière et se rapproche, la situation est équivalente au cas où $v < 0$ (dans le réf. du camion, dans lequel il est fixe, l'observateur semble se rapprocher du camion). La fréquence de la sirène nous paraît plus élevée (son plus aigu).

Lorsque le camion dépasse l'observateur et s'éloigne, cela correspond au cas où $v > 0$ (l'observateur s'éloigne de la source). La fréquence de la sirène nous paraît moins élevée (son plus grave).