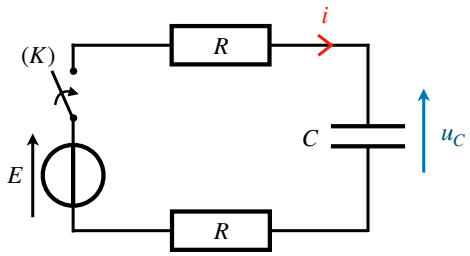
TD5 – Circuits linéaires du premier ordre

EXERCICE 1 : Étude de circuits du premier ordre (⋆)

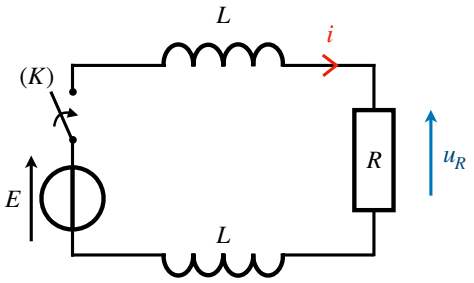
On considère dans un premier temps le schéma ci contre. L'interrupteur (K), initialement ouvert depuis un temps très long, est fermé à l'instant $t = 0$. On considère de plus que le condensateur est initialement déchargé.



1. a) Exprimer la tension u_c et le courant i à l'instant $t = 0^+$ puis lorsque $t \to +\infty$.

b) Déterminer l'équation différentielle dont u_c est solution. En déduire le temps caractéristique τ_1 du premier circuit et vérifier que cette dernière est compatible avec $u_c(+\infty)$.

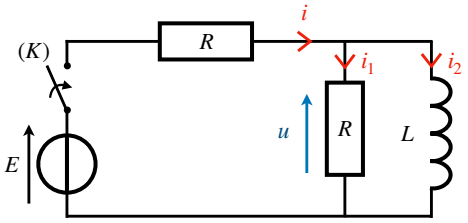
On remplace maintenant certains dipôles dans le circuit précédent. De plus, on considère toujours que l'interrupteur (K), initialement ouvert depuis un temps très long, est fermé à l'instant $t = 0$.



2. a) Exprimer la tension u_r à l'instant $t = 0^+$ puis lorsque $t \to +\infty$.

b) Déterminer l'équation différentielle dont u_r est solution. En déduire le temps caractéristique τ_2 du deuxième circuit et vérifier que cette dernière est compatible avec $u_r(+\infty)$.

Finalement, on étudie un dernier circuit, composé de deux mailles indépendantes.L'interrupteur (K), initialement ouvert depuis un temps très long, est fermé à l'instant $t = 0$.



3. Exprimer le courant i_2 et la tension u et à l'instant $t = 0^+$ puis lorsque $t \to +\infty$

EXERCICE 2 : Réponse indicielle d'un circuit RL et étincelle de rupture (⋆)

On considère un circuit à une maille comportant une résistance R, une bobine d'inductance L, un générateur idéal de tension E et un interrupteur (K). On suppose que (K) est ouvert et qu'on le ferme à $t = 0$.

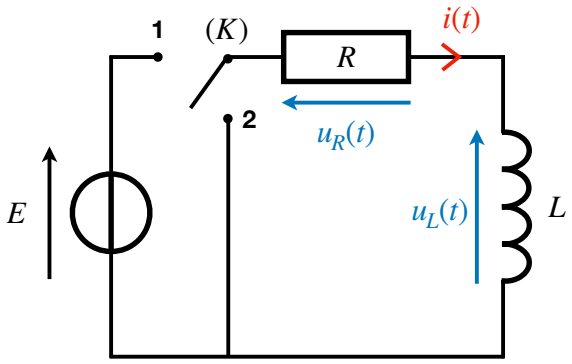
1. Déterminer le courant $i(t)$ qui circule dans la maille pour $t > 0$. Tracer sa courbe représentative et interpréter le résultat obtenu.

2. Une fois le régime permanent établi, on ouvre brusquement l'interrupteur (K) et on y observe une étincelle. Expliquer pourquoi.

EXERCICE 3 : Régime libre du circuit RL (⋆)

On suppose qu'initialement l'interrupteur (K) est en position 1 depuis suffisamment longtemps pour que le régime permanent soit atteint. À $t = 0$, on bascule l'interrupteur en position 2.

On souhaite étudier l'allure de l'intensité $i(t)$ pendant ce régime transitoire.



1. Prévoir l'état final du circuit en précisant les valeurs de $i(+\infty)$, $u_L(+\infty)$ et $u_R(+\infty)$.

2. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $i(t)$ pour $t > 0$.

3. Exprimer le temps de relaxation τ du circuit en fonction de R et de L puis vérifier que τ est homogène à un temps.

4. Quelle est la condition initiale sur i ?

5. Résoudre l'équation différentielle sur i à l'aide de la condition initiale puis tracer son évolution.

6. Réaliser un bilan d'énergie sur le régime transitoire.
- ▷ Calculer l'énergie W_L reçue par la bobine pendant le régime transitoire.
- ▷ Déduire en l'énergie W_R reçue par le résistor à l'aide d'un bilan d'énergie.

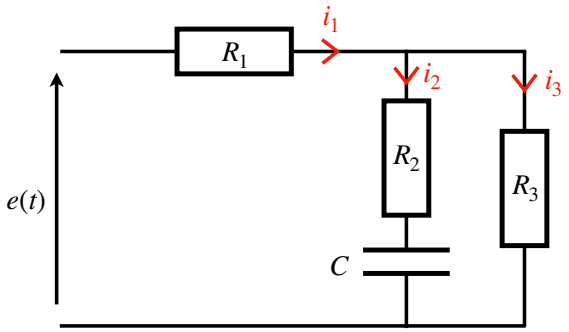
EXERCICE 4 : Circuit à deux mailles (⋆⋆)

(Attention calculatoire mais formateur)

On suppose que le signal d'entré est un échelon de tension :

$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ E & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

et que le condensateur est initialement déchargé. Déterminer l'évolution au court du temps de :
- ▷ la charge $q(t)$ du condensateur,
- ▷ des intensités des courants parcourant les 3 résistances.



EXERCICE 5 : Annulation du courant transitoire dans une bobine (⋆⋆)

On considère un circuit formé de l'association en série d'un générateur de tension idéal dont la tension à vide vaut E, d'une bobine d'inductance L et de résistance interne R et d'un interrupteur.

1. Déterminer l'expression de l'intensité du courant parcourant le circuit quand on ferme l'interrupteur.

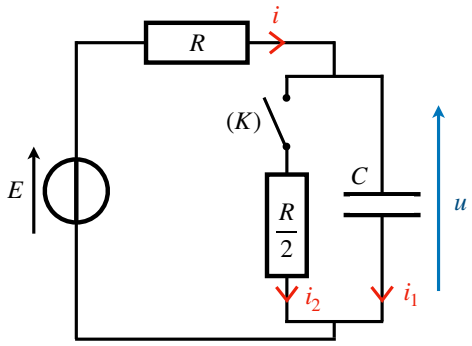
2. Interpréter les deux termes obtenus.

3. On souhaite annuler dans le courant traversant le générateur les effets du régime transitoire lié à la fermeture de l'interrupteur. Pour cela, on place en parallèle de la bobine un condensateur de capacité C en série avec un résistance R'. Donner la nouvelle expression du courant traversant le générateur.

4. En déduire les conditions pour que les effets du régime transitoire ne soient pas vue par le générateur.

EXERCICE 6 : Étude d'un régime transitoire (⋆⋆)

Considérons le circuit ci-contre. On note i l'intensité dans le résistor de résistance R, i_1 l'intensité dans le condensateur de capacité C, i_2 l'intensité dans le résistor de résistance $R/2$ et $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur. L'interrupteur est ouvert depuis très longtemps.



On ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$, pris pour origine des temps.

1. Préciser les valeurs de i, i_1, i_2 et u à l'instant $t = 0^-$ juste avant la fermeture de l'interrupteur.

2. Préciser les valeurs de i, i_1, i_2 et u à l'instant $t = 0^+$.

3. Même question quand t tend vers l'infini.

4. En utilisant la loi des nœuds, exprimer l'intensité i en fonction de u.

5. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. Montrer qu'elle s'écrit :

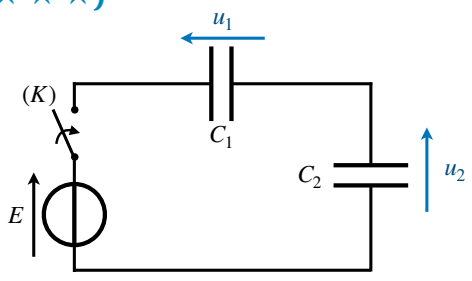
$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{3u}{RC} = \frac{E}{RC}$$

Faire apparaître le temps caractéristique τ dans l'équation différentielle.

6. Résoudre cette équation puis tracer l'allure de $u(t)$. Vérifier qu'elle est cohérente avec les valeurs initiales et finales déterminées précédemment.

EXERCICE 7 : Condensateurs en série (⋆ ⋆ ⋆)

Avant d'être connectés entre eux, les condensateurs C_1 et C_2 sont chargés séparément sous les tensions $u_1 = 10\,\mathrm{V}$ et $u_2 = -10\,\mathrm{V}$. À la fermeture de l'interrupteur (K), on applique à l'ensemble la tension $E = 10\,\mathrm{V}$. On donne $C_1 = 10\,\mu\mathrm{F}$ et $C_2 = 20\,\mu\mathrm{F}$.

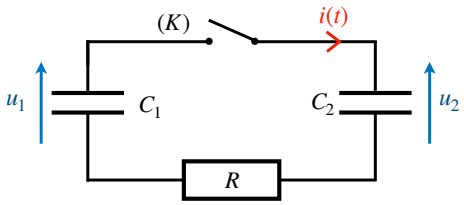


Déterminer les tensions u_1' et u_2' aux bornes de C_1 et C_2 après la fermeture de (K).

Indice : il n'y a pas d'équations différentielles à résoudre ici.

EXERCICE 8 : Transfert de charges entre les condensateurs (⋆ ⋆ ⋆)

On considère le schéma suivant. À $t < 0$, le condensateur C_1 porte une charge q_0 et le condensateurC_2 est déchargé. À $t > 0$, on ferme l'interrupteur (K).



1. Établir l'expression du courant $i(t)$ qui circule dans le circuit. Quelles sont les charges des condensateurs au bout d'un temps très long ($t \to \infty$).

2. Établir le bilan de puissance pour le circuit après fermeture de l'interrupteur.

3. Exprimer la variation $\Delta\mathscr{E}_C$ d'énergie totale stockée dans les deux condensateurs entre $t = 0$ et $t \to \infty$. En déduire W_J l'énergie dissipée par effet Joule.

4. Qu'aurait donné $\Delta\mathscr{E}_C$ si $R \to 0$?