

Correction DM2

Exercice 1

Appliquons les lois de Kirchhoff:

* loi des nœuds:

en A : $i_2 + i_4 = i_3$ (*)

(en N_1 : $i' = i_1 + i_2$)
(en N_2 : $i_1 + i_3 = i''$)

inutiles ici
car nous avons déjà
4 équ pour 4 inconnues

* loi des mailles:

(celles-ci ne font qu'ajouter des inconnues).

① : $E - Ri_2 - E + Ri_4 = 0$ (**)

② : $-Ri_4 + E + E - Ri_3 = 0$ (***)

③ : $E - Ri_1 = E - Ri_2 + E - Ri_3$ (****)

À partir de (**) on obtient : $i_2 = i_4$

alors (*) devient : $2i_4 = i_3$

et (***) devient : $2E = Ri_4 + 2Ri_4 = 3Ri_4$

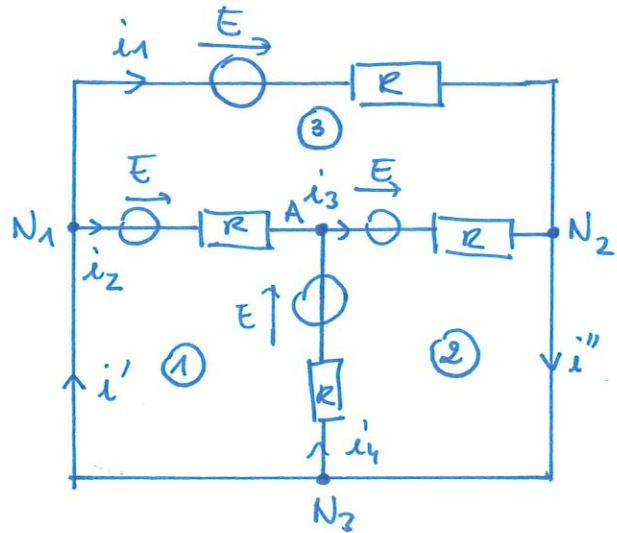
ainsi :
$$i_4 = \frac{2E}{3R}$$

et
$$i_3 = 2i_4 = \frac{4E}{3R}$$

et
$$i_2 = i_4 = \frac{2E}{3R}$$

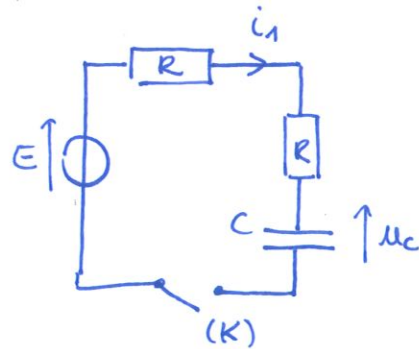
Enfin : (****) $\Rightarrow i_2 + i_3 - i_1 = \frac{E}{R}$
 $\Rightarrow -i_1 = \frac{E}{R} - \frac{2E}{3R} - \frac{4E}{3R} = -\frac{E}{R}$

$$i_1 = +\frac{E}{R}$$



Exercice 2

1. En $t < 0$, on a $\begin{cases} u_C = 0 \text{ (condensateur déchargé)} \\ i_1 = 0 \text{ (circuit ouvert)} \end{cases}$



Par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur :

$$\underline{u_C(t=0^+) = u_C(t=0^-) = 0}$$

De plus, la loi des mailles pour $t > 0$ s'écrit :

$$E - Ri_1 - Ri_1 - u_C = 0$$

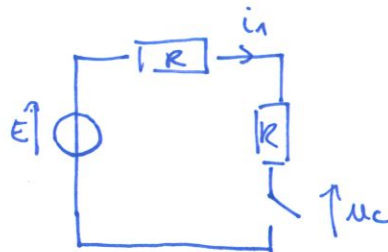
$$\Rightarrow E = 2Ri_1 + u_C$$

En $t=0^+$, comme $u_C(t=0^+) = 0$, la loi des mailles donne : $\underline{i_1(t=0^+) = \frac{E}{2R}}$

2. Lorsque $t \rightarrow \infty$, le régime permanent continu est atteint. Le circuit est alors équivalent à :

Le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert.

Comme le circuit est ouvert : $\underline{i_1(t \rightarrow \infty) = 0}$



Or d'après la loi des mailles : $E = 2Ri_1 + u_C$,

comme $i_1(t \rightarrow \infty) = 0$, alors $\underline{u_C(t \rightarrow \infty) = E}$

3. On part de la loi des mailles :

$$2Ri_1 + u_C = E$$

$$\text{or } i_1 = C \frac{du_C}{dt}, \text{ donc : } 2RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

$$\text{soit } \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{2RC} = \frac{E}{2RC}$$

on met sous forme canonique en introduisant $\underline{\tau = 2RC}$:

$$\underline{\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau}}$$

4. La solution de l'équation différentielle s'écrit :

$$u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + E$$

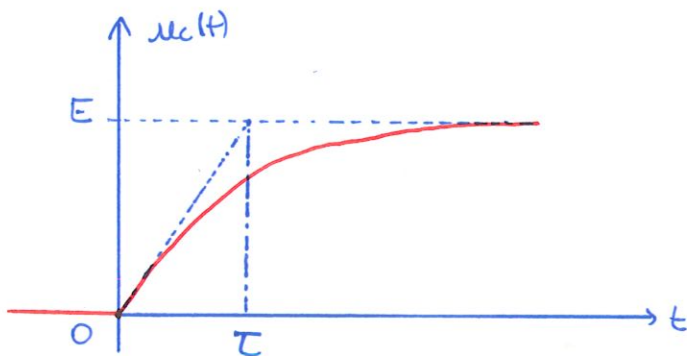
↑ solution particulière constante

avec A = constante d'intégration.

Or à $t=0^+$, $u_c(t=0^+) = 0$

donc $u_c(0) = A + E = 0 \Rightarrow \underline{A = -E}$

et alors : $u_c(t) = -Ee^{-t/\tau} + E = E(1 - e^{-t/\tau})$



△ Représentez toujours la tangente à l'origine (des que possible).

5. En $t \leq 0$:

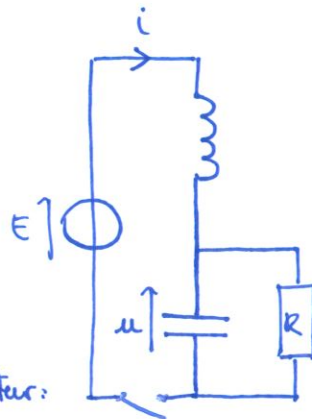
- $i = 0$ (circuit ouvert)
- $u = 0$ (condensateur déchargé)

Par continuité du courant traversant une bobine :

$i(0^+) = i(0^-) = 0$

Par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur :

$u(0^+) = u(0^-) = 0$



6. En $t \rightarrow \infty$, le régime permanent continu est atteint. Le circuit équivaut et alors :

Comme le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert, $i'' = 0$ et alors $i' = i$

La loi des mailles donne $u(t \rightarrow \infty) = E$

et la loi d'Ohm : $u = Ri' = Ri \Rightarrow \underline{i(t \rightarrow \infty) = \frac{E}{R}}$

