

CHAPITRE A-III

Circuits électriques dans l'ARQS

Ce premier chapitre sur l'étude des signaux électriques pose les bases de l'électrocinétique, branche de la physique s'intéressant à l'étude des déplacements macroscopiques de charges.

Cette branche de l'électricité permet notamment de décrire la physique des circuits électriques, outils de base pour la modélisation des transports de signaux électriques, dont les applications peuvent se décomposer en deux grands domaines : le domaine de l'électrotechnique (l'électricité comme sources d'énergie, dans les moteurs par exemple) et le domaine des communications (l'électricité comme support de l'information, pour les ordinateurs, le traitement du son...).

Objectifs du chapitre

- ▷ Connaître le vocabulaire relatif aux circuits électriques.
- ▷ Connaître le cadre de l'ARQS et ses conséquences.
- ▷ Savoir paramétrer un circuit en adoptant une convention récepteur ou générateur.
- ▷ Connaître les dipôles de bases et leur équation caractéristique.
- ▷ Savoir modéliser une source à l'aide du modèle de Thévenin.
- ▷ Manipuler la loi des mailles et la loi des nœuds.
- ▷ Savoir déterminer la résistance équivalente d'une association de résistances.
- ▷ Manipuler les relations de pont diviseur de tension ou de courant.

1**Description des phénomènes électriques dans un circuit**

Tout comme une masse au voisinage de la surface de la Terre subit une force due à un *champ de pesanteur* $\vec{g}$, une charge q dans un *champ électrique* $\vec{E}$ subit une force pouvant la mettre en mouvement.

Nous définissons dans cette partie les grandeurs macroscopiques à travers lesquelles se manifestent le champ électrique (la cause) et le mouvement des charges électriques (conséquences).

1.1 Courant électrique

Définition

Le **courant électrique** est le résultat d'un déplacement d'ensemble ordonné de particules chargées sous l'effet d'actions extérieures.

Afin de quantifier le courant électrique, on introduit l'intensité du courant, qui correspond à un débit de charges.

Définition

L'**intensité du courant** $i(t)$ est la mesure *algébrique* de la quantité infinitésimale de charge δq traversant la section orientée d'un conducteur pendant le temps infinitésimal dt :

$$i(t) = \frac{\delta q}{dt}$$

L'intensité s'exprime en ampères (A), avec $1 \text{ A} = 1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$.

| Une quantité infinitésimale est une quantité infiniment petite, mais non nulle.

L'intensité $i(t)$ est une **grandeur algébrique**. Son signe permet de connaître le sens du courant par rapport à la convention d'orientation.

| **Remarque** : Si des charges positives se déplacent dans le sens + ou si des charges négatives se déplacent dans le sens contraire, l'intensité $i(t)$ sera dans les deux cas positive.

Donnons quelques ordres de grandeur (à connaître) :

Courants en électronique	À la maison (ampoules)	Locomotive	Foudre
10 – 100 mA	1 A	1 kA	10 – 100 kA

1.2 Tension électrique

Au niveau macroscopique, le champ électrique, qui est la cause du mouvement des charges, se manifeste par l'existence d'un potentiel électrique V en tout point d'un circuit électrique.

**Définition**

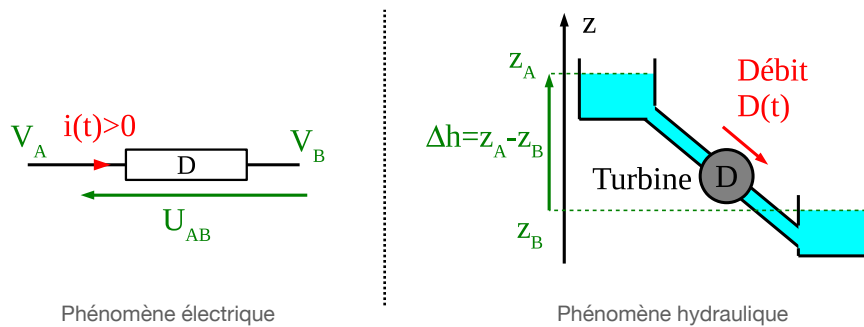
Entre deux points quelconques A et B d'un circuit électrique, on peut définir une **tension électrique algébrique**, ou **différence de potentiel** comme :

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Le tension s'exprime en volts (V).

| **Remarque** : Compte tenu de la définition, l'unité d'un potentiel électrique est également le volt.

Une analogie hydraulique peut être faite, en considérant deux bassins reliés, avec un bassin à une altitude plus élevée que le second. L'eau présente dans le bassin à haute altitude se déverse alors dans le second bassin avec un débit non nul.



L'altitude joue un rôle similaire au potentiel électrique dans un circuit électrique, et tout comme il apparaît un débit non nul pour l'écoulement, il apparaît un courant non nul entre deux points de potentiels électriques différents. Spontanément, le courant électrique descend les potentiels.

De même que l'altitude d'un point est définie à une constante additive près, on peut définir arbitrairement un point du circuit comme origine des potentiels, c'est la **masse du circuit électrique**. Le potentiel à la masse est nul : $V_{\text{masse}} = 0\text{V}$.

Remarque : On peut parfois repérer le point du circuit appelé la Terre, qui correspond à un point du circuit relié directement à la Terre par un fil conducteur. Ce point sera à un potentiel nul. Souvent, la masse est reliée au fil de Terre.

Donnons quelques ordres de grandeur (à connaître) :

Pile du commerce	Réseau EDF	Ligne haute tension	Tension Terre / ciel pendant un orage
quelques V	230V	225 – 400 kV	100 000 – 500 000 kV

1.3 Régimes particuliers

1.3.1 Régime continu

Le régime continu (ou régime stationnaire) correspond au cas où toutes les grandeurs électriques (courants ou tensions) sont indépendantes du temps. Dans ce cas les circuits ont les propriétés suivantes :

- ▷ Il n'y a aucune accumulation de charges en n'importe quel point du circuit.
- ▷ L'intensité du courant électrique est la même tout au long d'un même fil. Le potentiel électrique est également le même le long d'un fil électrique.

1.3.2 Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

Habituellement, les grandeurs étudiées vont varier au cours du temps. L'approximation des régimes quasi-stationnaires fait l'hypothèse que le temps de propagation des phénomènes électriques τ est faible devant la durée caractéristique des variations temporelles T .

Condition d'application de l'ARQS

On pourra se placer dans l'ARQS si le temps de propagation des phénomènes dans le circuit τ est faible devant le temps caractéristique d'évolution des tensions et courants T .

$$\tau \ll T$$

Si l'on considère un circuit de taille L , une fréquence de travail f et une vitesse de propagation v , cela impose :

$$\frac{L}{v} \ll T \quad \Longleftrightarrow \quad f \ll \frac{v}{L}$$

On pourra alors appliquer les mêmes propriétés qu'en régime stationnaire (ou continu). En particulier, **l'intensité du courant et le potentiel électrique sont donc les mêmes le long d'un fil électrique.**

Exemples : Pour des circuits avec $L \sim 1 \text{ m}$ et $v \sim 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, l'ARQS est valable si la fréquence de variation est telle que : $f \ll 300 \text{ MHz}$.
Si l'on considère plutôt des distances de l'ordre de 10^6 m , on trouve $f \ll 300 \text{ Hz}$ (cas du réseau Enedis).

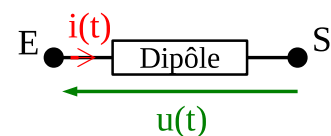
Dans toute la suite du cours de première année, on se placera dans le cadre de l'ARQS.

2 Étude des circuits électriques

2.1 Dipôles électrocinétiques

2.1.1 Définition d'un dipôle

Un dipôle est un dispositif possédant deux bornes permettant de le raccorder à d'autres composants du circuit. Il possède une "entrée" et une "sortie". Dans l'ARQS, il est traversé par un certain courant $i(t)$ et soumis à une tension $u(t)$.



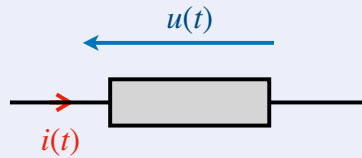
Attention au vocabulaire : on se réfère à $i(t)$ comme **le courant qui parcourt ou traverse le dipôle**, et à $u(t)$ comme **la tension aux bornes du dipôle**.

2.1.2 Conventions d'orientation

Afin d'étudier un dipôle, et plus généralement un circuit, il faut le paramétrer (c'est-à-dire introduire les grandeurs qui seront utilisées pour l'étude). Dans le cas d'un dipôle, cela revient à définir l'orientation de la tension $u(t)$ à ses bornes, ainsi que le sens de $i(t)$. Le choix de l'orientation de la tension est indépendant de celui de l'orientation du courant. Pour un sens arbitrairement choisi pour l'intensité, la tension $u(t)$ peut être définies de deux manières.

Convention récepteur

On dit qu'un dipôle est étudié en **convention récepteur** si les sens choisis pour $i(t)$ et $u(t)$ sont opposés.



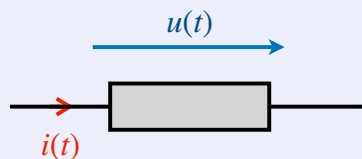
La puissance **algébriquement reçue** par le dipôle s'écrit : $P_{\text{reçue}} = u(t) \cdot i(t)$.

Si $P_{\text{reçue}} > 0$, le dipôle reçoit effectivement (c'est-à-dire réellement) de l'énergie.

Si $P_{\text{reçue}} < 0$, le dipôle cède en réalité de l'énergie au circuit.

Convention générateur

On dit qu'un dipôle est étudié en **convention générateur** si les sens choisis pour $i(t)$ et $u(t)$ sont identiques.



La puissance **algébriquement fournie** par le dipôle s'écrit : $P_{\text{fournie}} = u(t) \cdot i(t)$.

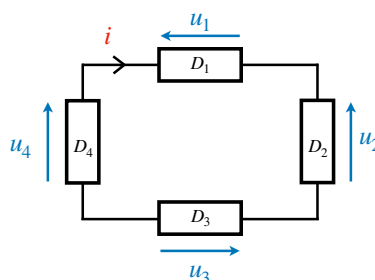
Si $P_{\text{fournie}} > 0$, le dipôle fournit effectivement de l'énergie au circuit.

Si $P_{\text{fournie}} < 0$, le dipôle reçoit en réalité de l'énergie du circuit.

Le choix de la convention adoptée pour paramétrer le dipôle **n'influe en rien sur le résultat physique** obtenu à la fin. Choisir une convention ou l'autre mène forcément au même résultat. On remarque en particulier que $P_{\text{fournie}} = -P_{\text{reçue}}$.

Remarque : Un dipôle peut être générateur par moments et récepteur à d'autres.

Exemple : Dans le paramétrage choisi pour le circuit ci-dessous, quels dipôles sont étudiés en convention récepteur ?

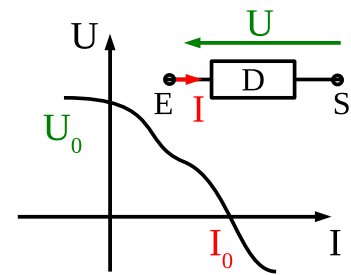


2.1.3 Caractéristique statique courant / tension

Pour caractériser un dipôle, on peut représenter graphiquement le lien entre le courant I qui circule dans le dipôle et la tension U à laquelle il est soumis **en régime continu**.

La caractéristique d'un dipôle est toujours donnée pour une convention d'orientation donnée.

Sur l'exemple ci-contre, on définit U_0 la tension en boucle ouverte (lorsque $I = 0$), et I_0 le courant de court-circuit (lorsqu'on impose $U = 0$).



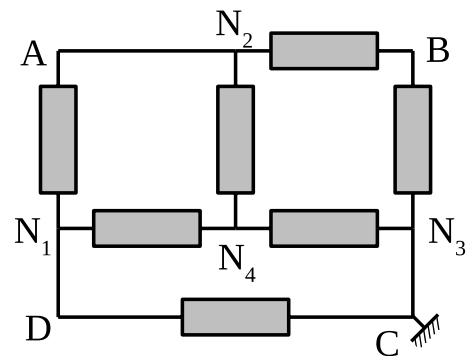
Un dipôle est dit :

- ▷ **passif** si sa caractéristique passe par l'origine, **actif** sinon.
- ▷ **linéaire** si sa caractéristique est une droite (U et I reliés par une relation affine).
- ▷ **symétrique** si la caractéristique est symétrique par rapport à l'origine. Les deux bornes du dipôle sont donc équivalentes.

2.2 Description d'un circuit

On utilisera les termes suivants pour décrire un circuit électrique :

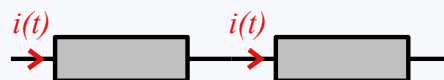
- ▷ **Nœuds** : borne commune à plus de deux dipôles
- ▷ **Branche** : portion de circuit entre deux nœuds consécutifs
- ▷ **Maille** : ensemble de branches définissant un circuit fermé qui ne passe qu'une seule fois par les nœuds rencontrés.
- ▷ **Masse du circuit** : On peut choisir un point ayant par convention un potentiel nul, appelé la masse du circuit (ici le point C).



Dipôles en série ou en parallèle

Définition

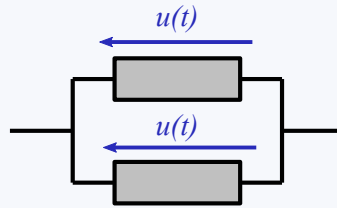
On dit que deux dipôles sont **en série** s'ils appartiennent à la même branche. Ils sont donc **parcourus par le même courant**.



Exemple : Dans le circuit ci-dessus, déterminer quels dipôles sont en série.

Définition

On dit que deux dipôles sont **en parallèle** si leurs deux bornes sont reliées entre elles par un fil. Ils sont donc **soumis à la même tension**.

**2.3 Lois de Kirchhoff****Loi des nœuds**

Par conservation de la charge, la somme des intensités algébriques arrivant à un nœud (c'est-à-dire orientées vers le nœud) est nulle.

$$\sum_k i_k = 0$$

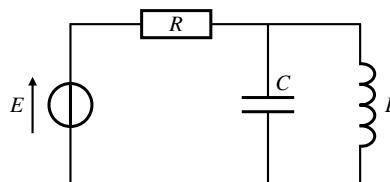
Loi des mailles

Telle une relation de Chasles, la somme des tensions rencontrées sur une maille **orientée** est nulle.

$$\sum_k \epsilon_k u_k = 0$$

où $\epsilon_k = +1$ si la tension u_k est orientée dans le même sens que la maille, $\epsilon_k = -1$ sinon.

Exemple : Dans le circuit suivant, identifier les dipôles en séries et les dipôles en parallèles. En déduire ceux parcourus par un même courant et ceux possédant une tension identique. Que vaut la somme des tensions en convention récepteur pour le résistor et le condensateur ?



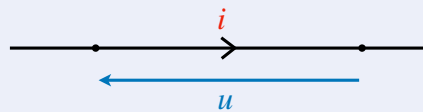
3 Dipôles usuels

3.1 Conducteur idéal et interrupteur

Comme toute notre étude est réalisée dans l'ARQS, on aura toujours un potentiel électrique uniforme le long d'un fil électrique. Autrement dit, pour tous points A et B sur un même fil, la tension $U_{AB} = 0$.

Le fil est considéré comme un conducteur idéal. Pour toute valeur de courant i , la tension entre deux points d'un fil sera nul.

$$\forall i, u = 0$$

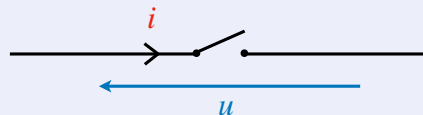


Ainsi, si on souhaite imposer à deux points d'un circuit à être au même potentiel, il suffit de relier ces deux points par fil.

À l'inverse, lorsqu'on ouvre un interrupteur placé dans un circuit, le courant électrique ne peut plus passer.

Lorsqu'un interrupteur est ouvert, le courant traversant la branche où se trouve cet interrupteur est nul. La tension aux bornes de l'interrupteur peut prendre n'importe quelle valeur.

$$\forall u, i = 0$$



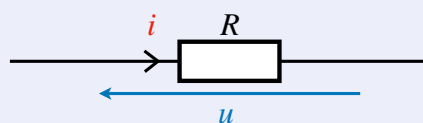
Remarque : Un interrupteur fermé se comporte **comme un fil**.

3.2 Résistances (résistors ou conducteurs ohmiques)

Une résistance R est un dipôle obéissant à la **loi d'Ohm**. En **convention récepteur**, cette loi s'écrit :

$$u = Ri$$

où $R > 0$ est la résistance exprimée en ohm (Ω).



Remarque : On peut également définir la **conductance** G avec $G = \frac{1}{R}$. La loi d'Ohm peut donc s'écrire

$$i = Gu$$

G s'exprime en siemens (S).

Ainsi, en régime continu, la caractéristique d'une résistance sera une droite passant par l'origine. C'est donc un dipôle passif linéaire et symétrique. Une résistance étant un dipôle dissipatif, la puissance reçue est toujours positive.

Effet Joule

La puissance reçue par une résistance est entièrement dissipée sous forme de chaleur, c'est l'**effet Joule**. La puissance reçue s'écrit (en convention récepteur) :

$$P_{\text{reçue}} = u \times i = Ri^2 = \frac{u^2}{R}.$$

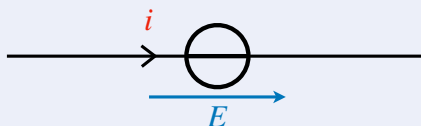
Au laboratoire, on pourra retenir les ordres de grandeurs suivants (que l'on reverra dans la suite du cours).

Fil	r_{GBF}	En TP	R_e oscilloscope	R_e multimètre	Interrupteur ouvert
$\sim 0\Omega$	0,5 ou 50Ω	$10\Omega - 10\text{k}\Omega$	$1\text{M}\Omega$	$10\text{M}\Omega$	∞

3.3 Générateur idéal

Source idéale de tension

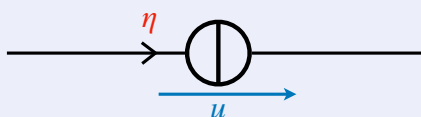
Une source idéale de tension impose à ses bornes une tension E quel que soit le courant i . E est appelé la **force électromotrice** (f.e.m.).



Remarque : Bien que E est appelé "force" électromotrice, elle s'exprime en volts (c'est une tension)!

Source idéale de courant

Une source idéale de courant est un dipôle capable de délivrer un courant η quelle que soit la tension u à ses bornes. η est appelé courant électromoteur.



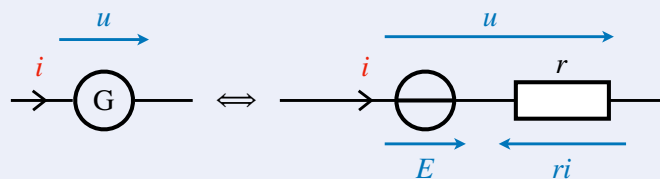
3.4 Générateur réel

Un générateur réel (ou source réelle) est modélisé par une source idéale de tension en série avec une faible résistance.

Modèle de Thévenin d'une source réelle linéaire

Le modèle de Thévenin d'une source réelle est une source idéale de tension E en série avec une résistance r . En convention générateur, il est caractérisé par la relation :

$$u = E - r i$$



E est la force électromotrice de la source, ou tension en boucle ouverte (car c'est la valeur de u lorsque $i = 0$).

r est appelée **résistance interne** de la source.

La caractéristique d'une source réelle décrite par le modèle de Thévenin est donc une droite de pente $-r$, avec en ordonnée à l'origine E .

Exemple : Quel courant obtient-on lorsque l'on court-circuite un générateur réel de f.e.m. $E = 5\text{V}$ et de résistance interne $r = 50\Omega$?

4 Méthodes de calculs dans un circuit

4.1 Association de résistances

Deux résistances **en série** sont équivalentes à une unique résistance R_{eq} telle que :

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$$

Deux résistances **en parallèle** sont équivalentes à une unique résistance R_{eq} telle que :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

4.2 Ponts diviseurs

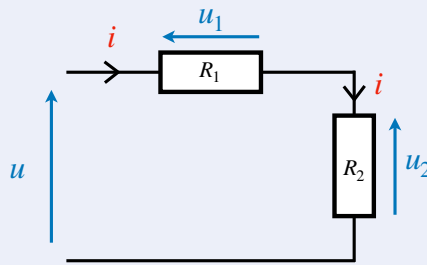
Exemple : Dans le cas de deux résistances R_1 et R_2 en série, avec u_1 aux bornes de R_1 et u_2 aux bornes de R_2 , et u la tension aux bornes de l'ensemble des deux résistances.

1. Relier u_1 , u_2 et u .
2. Exprimer u_1 et u_2 en fonction de i le courant traversant les deux résistances.
3. En déduire l'expression de u en fonction de i , R_1 et R_2 .
4. Enfin, exprimer u_1 en fonction de R_1 , R_2 et u .

Pont diviseur de tension

Dans le cas de deux résistances **en série**, donc **parcourues par le même courant i** :

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u \quad \text{et} \quad u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$



Exemple : Dans le cas de deux résistances R_1 et R_2 en parallèle, avec i_1 l'intensité du courant traversant R_1 et i_2 l'intensité du courant traversant R_2 , et i le courant précédant le nœud (comme sur le schéma ci-dessous).

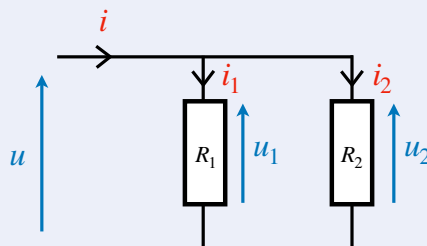
Obtenir une expression de i_1 en fonction de R_1 , R_2 et i .

(On pourra reprendre les étapes du précédent exemple en intervertissant les i et les u dans les questions.)

Pont diviseur de courant

Dans le cas de deux résistances **en parallèle**, donc **soumises à la même tension u** :

$$i_1 = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} i \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} i$$



Ces résultats seront **très régulièrement** utilisés pour l'étude des circuits électriques. Il faut bien savoir reconnaître une structure de pont diviseur (deux résistances parcourues par un même courant

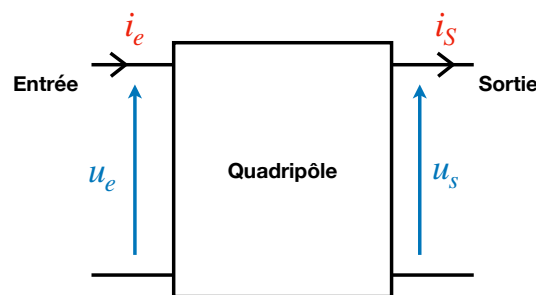
ou deux résistances soumises à une même tension).

Remarque : En prenant les expressions obtenues dans le cas d'un pont diviseur de courant, on voit bien que si $R_1 \gg R_2$, alors $i_1 \ll i_2$. Le courant a tendance à passer par les branches de faible résistance !

4.3 Application aux résistances d'entrée et de sortie

4.3.1 Contexte

Dans un cadre général, les dispositifs électriques peuvent être modélisés par un quadripôle (un système comportant deux pôles d'entrée et deux pôles de sortie). L'entrée permet par exemple d'alimenter le dispositif à l'aide d'une source branchée sur les pôles d'entrée, et la sortie permet de récupérer un signal généré par le dispositif.



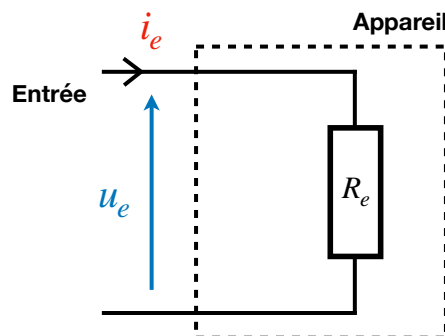
À notre niveau, les dispositifs que nous étudions se résumeront à l'utilisation de leur entrée ou de leur sortie uniquement. On peut caractériser le lien entre le courant d'entrée i_e et la tension d'entrée u_e en introduisant la notion de résistance d'entrée, ainsi que le lien entre le courant de sortie i_s et la tension de sortie u_s avec la résistance de sortie.

4.3.2 Résistance d'entrée

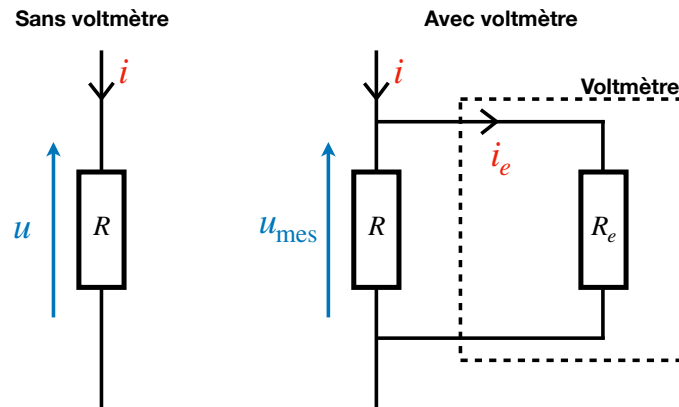
Dans le cas d'un appareil de mesure (tel que l'oscilloscope) auquel on envoie un signal à traiter, on se limite à l'utilisation de son entrée. On peut le schématiser alors comme un dipôle qu'on modélisera par une résistance R_e avec :

$$R_e = \frac{u_e}{i_e}$$

R_e est appelée **résistance d'entrée** de l'appareil (ou résistance interne).



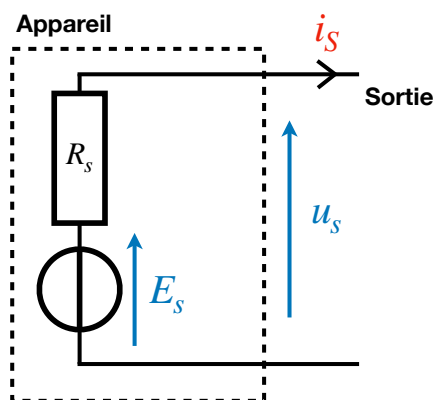
Exemple : On cherche à mesurer une tension u aux bornes d'une résistance R avec un voltmètre. D'après la loi d'Ohm, avant l'ajout du voltmètre, $u = Ri$. On place alors en parallèle le voltmètre, de résistance d'entrée R_e , aux bornes de la résistance.



Exprimer la tension u_{mes} la tension mesurée après l'ajout du voltmètre en fonction de R , R_e et i . Comment choisir R_e afin de perturber le moins possible la mesure de u ?

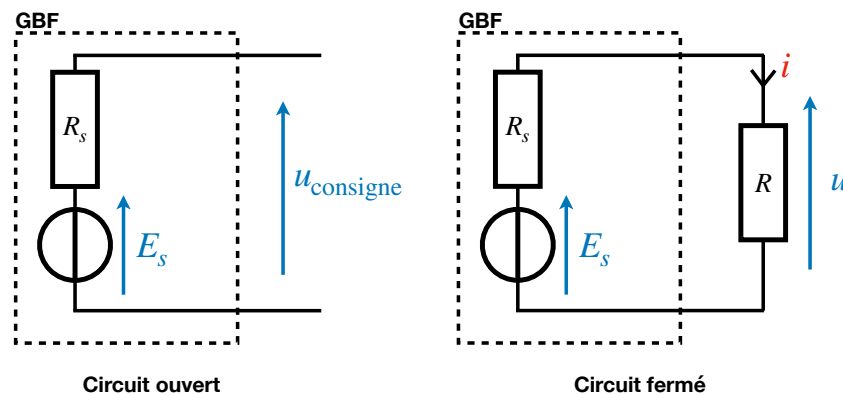
4.3.3 Résistance de sortie

Dans le cas d'un générateur de tension (comme le GBF en TP), c'est la sortie de l'appareil qui est utile. On modélise alors la sortie de l'appareil comme un dipôle actif décrit avec un modèle de Thévenin, composé d'une force électromotrice E_s et d'une résistance interne R_s .



On appelle **résistance de sortie** la résistance interne du modèle de Thévenin associé à la sortie.

Exemple : On cherche à générer une tension pour alimenter une résistance R . Pour cela, on donne pour consigne au GBF une tension E_s . En circuit ouvert ($i = 0$), on trouve bien $u_{\text{consigne}} = E_s$. On relie alors le GBF à la résistance à alimenter.



Exprimer la tension u effectivement imposée par le GBF aux bornes de la résistance R en fonction de R , R_s et E_s . Comment choisir R_s afin d'obtenir une tension u égale à la tension consigne E_s ?

4.4 Méthode générale de résolution

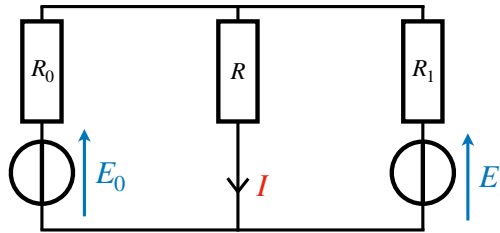
Dans la majeure partie des situations en régime continu, le circuit est composé de sources (f.e.m.) et de résistances dont les valeurs sont connues. Il reste alors à déterminer les intensités dans les différentes branches ou les tensions aux bornes des résistances.

- La première étape est de paramétrer le problème. Cela signifie ajouter sur le circuit les grandeurs utiles à la description du circuit (les intensités dans chaque branche, des tensions si besoin).
- Ensuite, appliquer la loi des nœuds et la loi des mailles (pour chaque maille indépendante).
- Enfin, il faut résoudre le système d'équations obtenus.

Si lors du paramétrage du problème, n inconnues sont identifiées (par exemple les intensités dans chacune des n branches d'un circuit), il faudra nécessairement n équations indépendantes afin de déterminer les n inconnues.

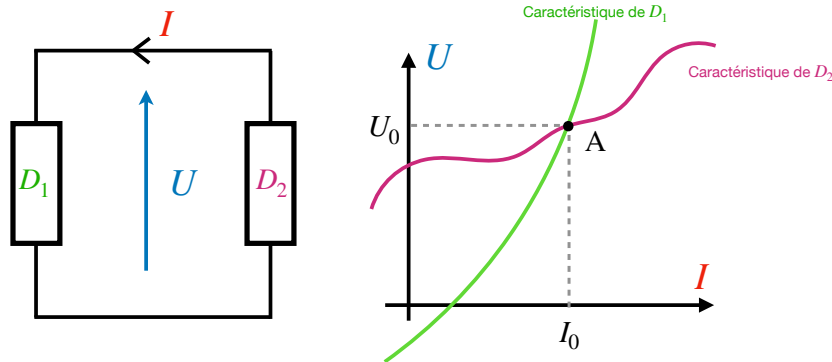
Remarque : Comme la tension aux bornes d'une résistance et l'intensité la traversant sont reliées par la loi d'Ohm, il est souvent inutile d'introduire une tension pour chaque résistance. Après avoir déterminé les valeurs des intensités, il est aisé de remonter à la tension aux bornes des résistances.

Exemple : On considère le circuit suivant. Calculer le courant I qui circule dans la branche centrale.



4.5 Point de fonctionnement

On considère deux dipôles connectés entre eux. Ils sont à la fois en parallèle et en série. Ils sont donc parcourus par le même courant I et soumis à la même tension U . Par contre, après paramétrage, l'un est en convention récepteur et l'autre en convention générateur.



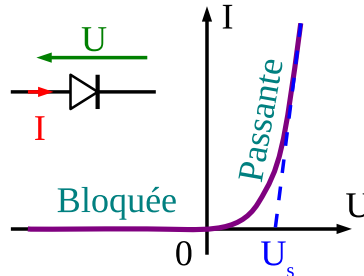
On trace les caractéristiques de chacun des deux dipôles sur le même graphe (I, U) . Le point d'intersection des deux caractéristiques est appelé le **point de fonctionnement**. On en déduit l'intensité I_0 et la tension U_0 du circuit. Ce sont les valeurs de U et de I qui satisfont le fonctionnement des deux dipôles.

Remarque : En choisissant une résistance variable à la place de D_2 , il est possible de tracer la caractéristique statique de D_1 .

En faisant varier R et en repérant pour chaque valeur de R les coordonnées du points de fonctionnement, il est possible de construire point par point la caractéristique statique de D_1 .

Bonus : fonctionnement d'une diode

Une diode, ou diode à jonction, est un dipôle passif non symétrique et non linéaire. Sa caractéristique est donnée ci-dessous.



De manière simplifiée, on peut considérer que la diode ne laisse passer le courant que dans un sens. En convention récepteur, son comportement est donné par :

- ▷ $I = 0$ tant que $U < 0$ (il se comporte comme un interrupteur ouvert si la tension U est négative).
- ▷ $U = 0$ tant que $I > 0$ (il se comporte comme un interrupteur fermé si le courant I est positif).

La diode fonctionne finalement comme un interrupteur conditionnel.

En réalité, la diode présente une tension seuil U_s , comme sur la caractéristique ci-dessus. La limite n'est pas $U = 0$ mais à $U = U_s$.

Pour résoudre un exercice avec des diodes, il suffit donc de déterminer (ou de faire une hypothèse sur) le régime de fonctionnement de la diode, ce qui permet alors de remplacer la diode soit par un fil, soit par un interrupteur ouvert.