TD3 – Instruments d'optique

Exercice 1 : Étude d'un photocopieur

1. Une lentille divergente ne peut pas faire d'un objet réel une image réelle.

2. Pour que l'image par L_1 soit réelle, il faut que l'objet soit virtuel (il est donc situé "après" L_1). Or comme L est placée devant L_1, cela signifie que l'image du document sera forcément réel dans ce cas. Ainsi L doit être convergente.

Document, objet réel $\xrightarrow{L}$ image réelle par L / objet virtuel pour L_1 $\xrightarrow{L_1}$ image réelle

3. Soit A le point du document sur l'axe optique
A' l'image de A par L
A'' l'image de A' par L_1

$$A \xrightarrow{L} A' \xrightarrow{L_1} A''$$

Nous pouvons écrire deux relations de conjugaison :
(soit D distance document – récepteur)
soit d distance document – lentille L

par L : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$ (*) par L_1 : $\dfrac{1}{\overline{O_1A''}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A'}} = \dfrac{1}{f_1'}$ (**)

$$(**) \Rightarrow \overline{O_1A'} = \frac{\overline{O_1A''}\, f_1'}{f_1' - \overline{O_1A''}} = \frac{180 \times (-90)}{-90-180} = 60\text{ mm} \qquad (\overline{O_1A''} = d)$$

$$(*) \Rightarrow f' = \frac{\overline{OA'} \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} - \overline{OA'}} \qquad \text{or } \overline{OA'} = \overline{OO_1} + \overline{O_1A'}$$

$$= D - 2d + \overline{O_1A'}$$

$$= 384 - 2\times 180 + 60 = 84\text{ mm}$$

d'où $f' = \dfrac{84 \times (-180)}{-180-84} \simeq 57{,}3$ mm C'est cohérent, $f' > 0$, L est bien convergente.

4. $$\gamma = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \underbrace{\frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}}}_{\text{grandissement de } L_1} \cdot \underbrace{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}_{\text{grandissement de } L} = \frac{\overline{O_1A''}}{\overline{O_1A'}} \cdot \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{180}{60} \cdot \frac{84}{-180} = -1{,}4 = -\sqrt{2}$$

Cet objectif permet de faire un tirage A_3 d'un document A4.

5. Nous considérons deux lentilles accolées.

On considère la chaine de conjugaison $A \xrightarrow{L_2} A_2' \xrightarrow{L_3} A'$

Les relations de conjugaison s'écrivent :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_2'}} = \frac{1}{f_3'}$$

(les centres optiques sont confondus)

$$+ \quad \frac{1}{\overline{OA_2'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_2'}$$

en sommant les deux : $$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{f_3'}$$

Rq: on retrouve bien que la vergence de deux lentilles accolées est égale à la somme des vergences des lentilles.

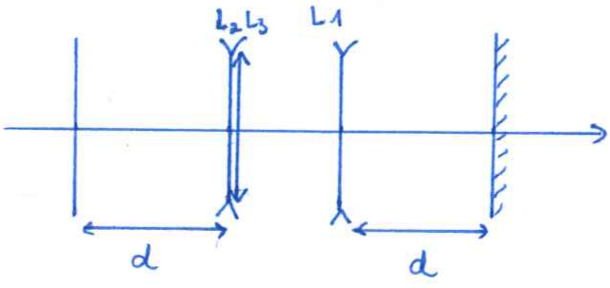
Ici, $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{f_3'} \Rightarrow f_3' = \frac{f' f_2'}{f_2' - f'} = \frac{57{,}3 \cdot (-90)}{-90 - 57{,}3} \simeq 35 \text{ mm}$

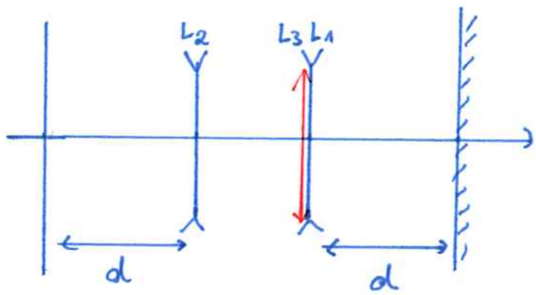
La lentille L_3 est convergente, de focale 35 mm.
car $f_3' > 0$

6. Soit il faut repasser par un calcul.

Soit on remarque que, comme L_2 est identique à L_1, coller L_3 à L_1 mène au même dispositif que précédemment, mais dont on a retourné le sens de propagation !

Ainsi par principe de retour inverse de la lumière, si le document est conjugué à la surface photosensible, c'est également le cas dans la nouvelle situation.





Ainsi, cela revient à considérer une propagation inversée sur le schéma étudié initialement.

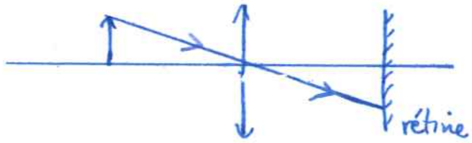
Comme $\gamma = -\sqrt{2}$ précédemment, inverser les rôles d'objet $\leftrightarrow$ d'image mène à $\gamma = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

Le tirage correspond à un tirage A5 d'un document A4.

Exercice 2 : Optique de l'oeil

1. L'objet étant réel, l'image formée sur la rétine est donc réelle aussi.

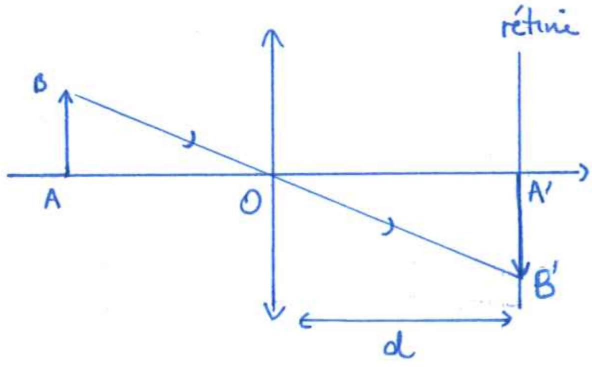
En prenant un rayon passant par le centre optique, on voit bien que l'image est renversée.



2. $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

$= \dfrac{d}{\overline{OA}}$

(non à l'échelle)



AN: $\gamma = \dfrac{11 \times 10^{-3}}{-1.0} = -11.10^{-3}$

3. Pour regarder l'objet AB, la vergence de l'oeil s'adapte pour que A'B' se forme sur la rétine.

Avec la relation de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'} = V$

Donc $V = \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}}$

AN: $V = \dfrac{1}{d} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{11 \times 10^{-3}} - \dfrac{1}{-1} \simeq 92\ \delta$

4. La vergence de l'oeil s'adapte. On applique de nouveau la relation de Descartes :

$\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'} \Rightarrow V = \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}}$

AN: $V = \dfrac{1}{d} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{11 \times 10^{-3}} - \dfrac{1}{-25 \times 10^{-2}} \simeq 95\ \delta$

La vergence a augmenté (le cristallin s'est contracté) pour voir l'objet situé plus près.

La taille de l'image est donnée grâce au grandissement :

$\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} . \overline{AB}$

AN: $\overline{A'B'} = \dfrac{11 \times 10^{-3}}{-25 \times 10^{-2}} \times 10 \times 10^{-2} = -4,4 \times 10^{-3} m = -4,4 mm$

5. ⊛ Calculons d'abord la vergence de l'œil myope.

L'image d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal image de la lentille, donc à une distance f' de O.

Dans le cas de l'œil myope, l'image se forme en un point à une distance

$$f' = 11 - 0{,}5 = 10{,}5 \text{ mm}$$

Ainsi $V = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{10{,}5 \times 10^{-3}} = 95{,}2\,\delta$

⊛ L'ajout d'un verre de lunette permet de nouveau de conjuguer l'infini au plan de la rétine. (on notera L_ℓ)

$$\infty \xrightarrow{L_\ell} F'_\ell \xrightarrow{\text{cristallin}} A' \text{ sur la rétine}$$

Écrivons la relation de Descartes pour la conjugaison F'_ℓ (foyer image du verre de lunette) et A' par le cristallin myope :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OF'_\ell}} = \frac{1}{f'} = V \quad \Rightarrow \quad \overline{OF'_\ell} = \frac{\overline{OA'}}{1 - V.\overline{OA'}}$$

or ici, $\overline{OA'} = d$ car A' est sur la rétine.

D'où $\overline{OF'_\ell} = \dfrac{d}{1 - V \times d}$

Nous cherchons $\overline{O_\ell F'_\ell} = \overline{O_\ell O} + \overline{OF'_\ell} = \overline{O_\ell O} + \dfrac{d}{1 - V \times d}$

O_ℓ : centre optique du verre de lunette

D'où $f'_\ell = \overline{O_\ell F'_\ell} = 2 \times 10^{-2} + \dfrac{11 \times 10^{-3}}{1 - 11 \times 10^{-3} \times 95{,}2} = -21{,}3 \text{ cm}$

et $V' = \dfrac{1}{f'_\ell} \simeq -4{,}7\,\delta$

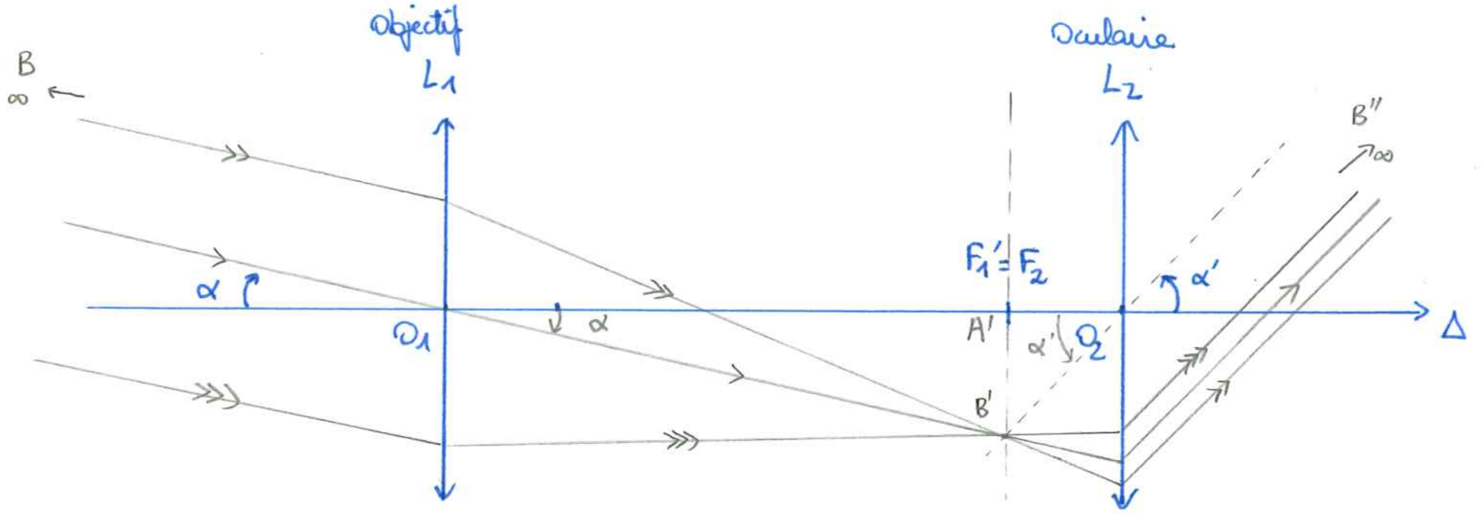
Exercice 3 : Étude d'une lunette astronomique

1. L'objet est à l'infini (planètes, étoiles...) et l'objectif est de ne pas fatiguer l'oeil, donc l'image doit être à l'infini (pour que l'objet pour l'oeil soit à l'infini).

Donc $\underbrace{\infty \xrightarrow{L_1} F_1' = F_2 \xrightarrow{L_2} \infty}_{\text{lunette astro.}}$ Le système doit être afocal.

Il faut que F_1' et F_2 soient confondus.

2.



Pour tracer les rayons, commençons par le rayon → passant par O_1. Il n'est pas dévié et permet de repérer le point B', image de l'objet à l'infini par L_1, qui se situe dans le plan focal image de L_1. Les autres rayons, parallèles à → avant L_1, convergent tous vers B' après la lentille L_1.

Pour savoir comment partent les rayons après L_2, il faut se rappeler que B' est dans le plan focal objet de L_2. Donc tous les rayons issus de B' ressortent parallèles entre eux après L_2. Si on trace notamment le rayon issu de B' et passant par O_2, on peut déterminer la direction des rayons après L_2 (ils seront tous parallèle à ce rayon particulier non dévié).

3. Sur le schéma, $\alpha < 0$ et $\alpha' > 0$

L'image est renversée.

4. Sur le schéma, en regardant le triangle O_1O_2B', on trouve :

$$\tan\alpha = \frac{\overline{A'B'}}{f_1'} \quad \text{et} \quad \tan\alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{-f_2'}$$ car $\tan\alpha' > 0$ et $\overline{A'B'} < 0$, $f_2' > 0$

Dans les conditions de Gauss : $\tan\alpha \simeq \alpha$ et $\tan\alpha' \simeq \alpha'$

D'où $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = -\dfrac{f_1'}{f_2'} = -5$ sur le schéma

5. On veut toujours : $\infty \longrightarrow \underbrace{(\rightarrow \cdots \rightarrow)}_{\text{système optique}} \infty$

Précisons les conjugaisons : - comme l'objet est à l'infini, la chaîne de conjugaison commence par : $\infty \xrightarrow{L_1} F_1'$

- comme l'image est à l'infini, la chaîne de conjugaison se termine par : $F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$

D'où la chaîne globale : $\infty \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_3} F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$

Donc L_3 doit conjuguer F_1' et F_2.

6. Par la relation de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{O_3F_2}} - \dfrac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \dfrac{1}{f_3'}$

De plus $\gamma_3 = \dfrac{\overline{O_3F_2}}{\overline{O_3F_1'}} \Rightarrow \overline{O_3F_2} = \gamma_3\,\overline{O_3F_1'}$

D'où $\dfrac{1}{\gamma_3\,\overline{O_3F_1'}} - \dfrac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \dfrac{1}{f_3'}$

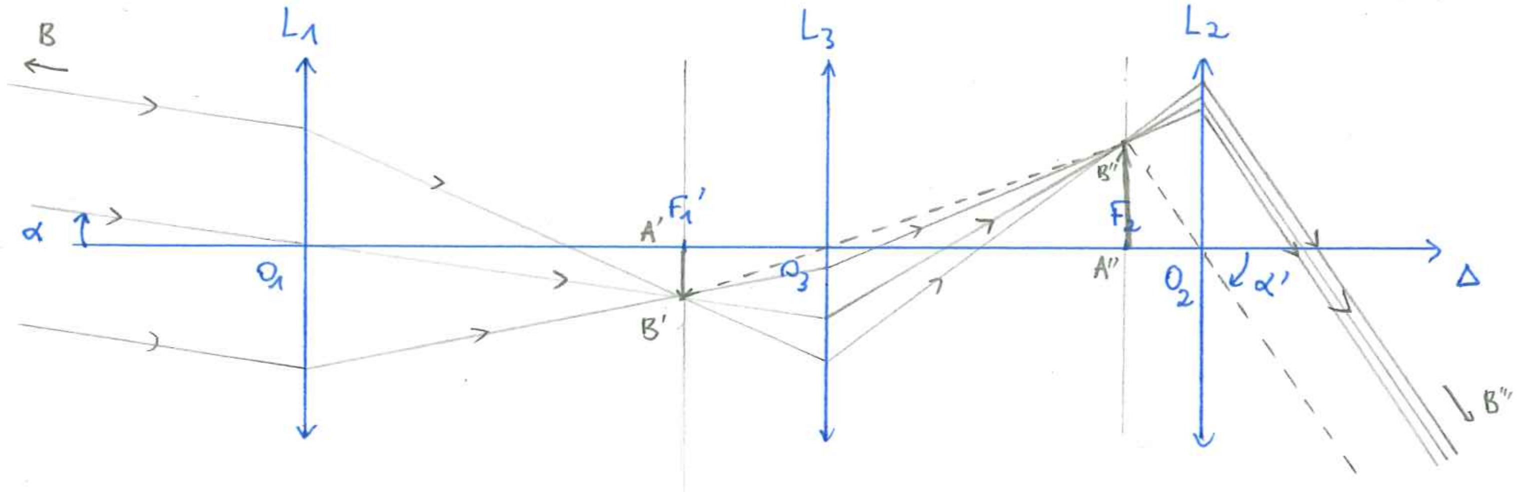
$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{O_3F_1'}}\left(\frac{1}{\gamma_3} - 1\right) = \frac{1}{f_3'}$$

D'où $\overline{O_3F_1'} = f_3'\left(\dfrac{1}{\gamma_3} - 1\right)$

Rq : on aurait aussi pu utiliser les relation de Newton.

$$\gamma_3 = \frac{f_3'}{\overline{F_3F_1'}} = \frac{f_3'}{\overline{F_3O_3} + \overline{O_3F_1'}} = \frac{f_3'}{f_3' + \overline{O_3F_1'}}$$

7. On obtient bien $\alpha < 0$ et $\alpha' < 0$. L'image n'est plus renversée !



Le principe du tracé est le même qu'à la question 2. La seule difficulté supplémentaire est de savoir comment trouver B'' image de B' par L_3. On ne connait les points F_3 ou F_3' (foyer principal objet ou image). En revanche on sait que B'' se situe dans le plan focal objet de L_2 (car L_3 conjugue F_1' et F_2). Il suffit de tracer le rayon issu de B' passant par O_3 (non dévié) et repérer son intersection avec le plan focal objet de L_2. Tous les rayons issus de B' convergeront vers ce point.

8. $G' = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ or dans $O_1F_1'B'$: $\tan\alpha \simeq \alpha = \dfrac{\overline{A'B'}}{f_1'}$

dans O_2F_2B'' : $\tan\alpha' = \alpha' = -\dfrac{\overline{A''B''}}{f_2'}$

D'où $G' = -\dfrac{\overline{A''B''}}{f_2'} \times \dfrac{f_1'}{\overline{A'B'}} = \underbrace{-\dfrac{f_1'}{f_2'}}_{G} \times \underbrace{\dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}}}_{\hat{=}\,\gamma_3}$

Ainsi $G' = \gamma_3 G$

Remarques et conclusions :

① L_3 fait une conjugaison objet réel/image réelle ce qui permet $\gamma_3 < 0$ et donc $G' > 0$ ($G<0$)
Pour cela, il faut que l'objet (en F_1') soit avant F_3, donc que $\overline{F_1'O_3} > f_3'$

② si en plus, on souhaite $|G'| > |G|$, donc $|\gamma_3| > 1$ (donc $\gamma_3 < -1$ car γ_3 négatif)
d'après la qu°6 : $\gamma_3 < -1 \Rightarrow \dfrac{1}{\gamma_3} > -1 \Rightarrow \dfrac{1}{\gamma_3} - 1 > -2 \Rightarrow \overline{O_3F_1'} > -2f_3'$
Ainsi, avec la remarque ① : $f_3' < \overline{F_1'O_3} < 2f_3'$

Exercice 4 : la loupe

1. Pour voir l'objet avec le plus grand angle, il faut placer l'objet au punctum proximum.

L'angle maximal sous lequel peut être vu un objet est $\alpha_m = \dfrac{l}{d_m}$

2. Il faut ici décortiquer l'énoncé.

On se rappelle que l'œil peut voir des objets dont la position se situe entre le punctum remotum (PR) (∞ pour l'œil emmétrope) et le punctum proximum (PP) (à une distance d_m de l'œil).

Ajouter une loupe devant l'œil ne change pas cette description : il faut que les images par la lentille soient dans l'intervalle [PR, PP] pour être nette pour l'observateur.

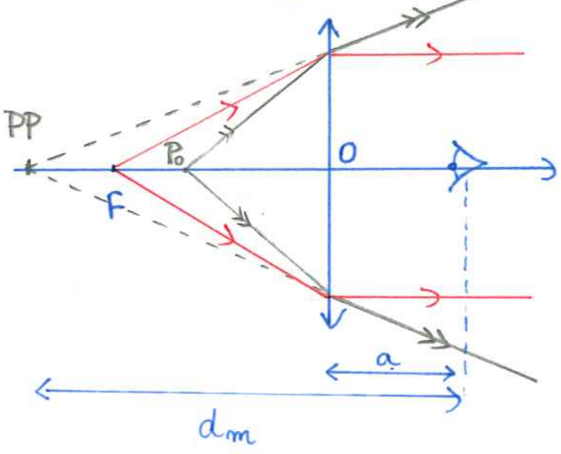
Il faut donc déterminer les positions des objets tels que leur image est dans [PR, PP].

Comme $a < d_m$, le PP se situe devant O le centre optique de la loupe. Or comme toutes images par la loupe doivent être avant le PP, ce sont toutes des images virtuelles pour la lentille. (cela n'est possible que pour des objets réels entre F et O)

→ pour avoir une image au PR (à l'infini), il faut que l'objet soit en F, le foyer principal objet de la lentille. (cas des rayons rouges)

→ si l'on rapproche l'objet de O, l'image par la lentille se rapproche aussi de O.

à la limite, appelons P_0 le point pour lequel l'image par la lentille est PP



Écrivons la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OPP}} - \frac{1}{\overline{OP_0}} = \frac{1}{f'} \quad \text{avec } \overline{OPP} = -(d_m - a)$$

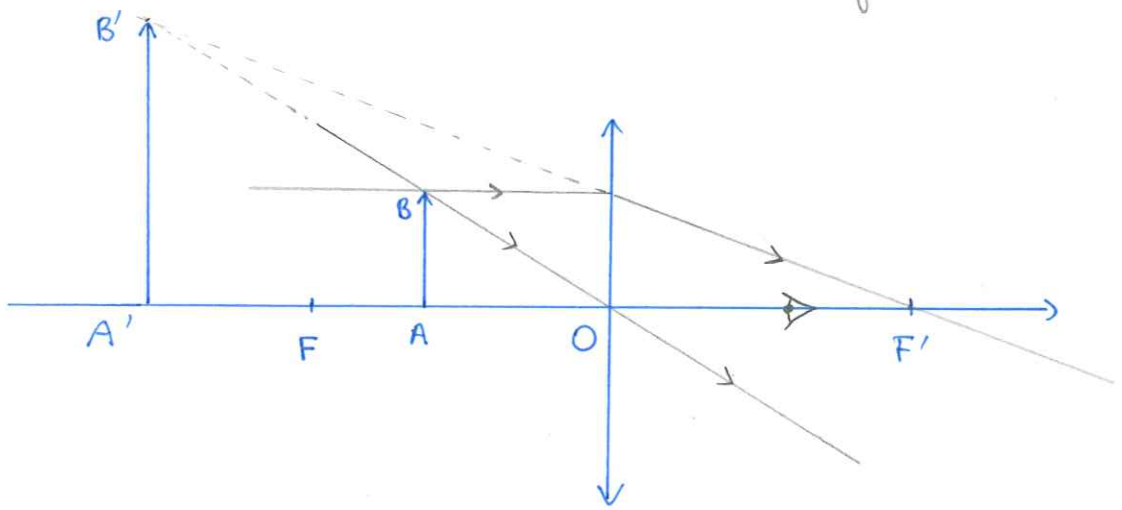
$$\rightarrow \overline{OP_0} = \frac{\overline{OPP} \times f'}{f' - \overline{OPP}} = \frac{-(d_m - a) f'}{f' + d_m - a}$$

En prenant en origine des l'axe des abscisses le point O, l'abscisse de l'objet observé par la loupe doit se trouver dans :

$$\left[-f' \; ; \; -f' \times \frac{1}{1+\frac{f'}{d_m - a}}\right]$$

donne une image au PR

donne une image au PP

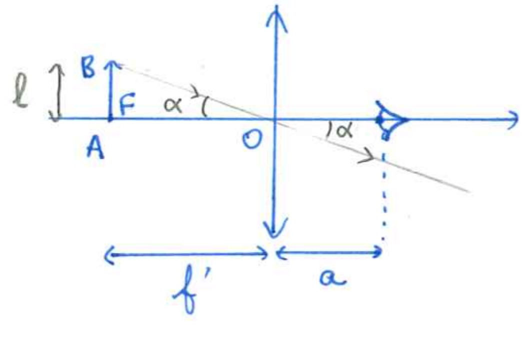


L'image est droite.

3. Pour que la vision se fasse sans accomodation, il faut que l'image par la lentille soit à l'infini, donc que l'objet soit en F le foyer principal objet de la lentille.

L'oeil voit alors l'image sous l'angle

$$\alpha = \frac{l}{f'}$$



Donc $G = \frac{\alpha}{\alpha_m} = \frac{d_m}{f'}$

AN: $G = \frac{0{,}25}{50 \times 10^{-3}} = 5$

D'où l'intérêt de prendre $f' < d_m$.